

Abiturvorbereitung Analysis – Potenzen, Exponential- und Logarithmusfunktionen

Alfred Müller

Illustrationen von Mona Hitzenauer



© kali9/E+/Getty Images Plus

In diesem Beitrag werden Sie sechs Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur. Die Jugendlichen diskutieren gebrochen-rationale, zusammengesetzte Logarithmus- und Exponentialfunktionsscharen, wenden Differentiations- und Integrationsregeln an, unterscheiden Integral- von Stammfunktionen und berechnen Flächeninhalte.

Abiturvorbereitung Analysis – Potenzen, Exponential- und Logarithmusfunktionen

Alfred Müller

Illustrationen von Mona Hitzenauer

Hinweise	1
M 1–M 6 Aufgaben	2
Lösungen	8

Die Schüler lernen:

ihr Wissen und Können in abiturrelevanten Aufgaben anzuwenden. Mit den Materialien können die Jugendlichen ihre Fähigkeiten unter Zeitvorgaben testen, das fördert insbesondere auch ihr Zeitmanagement.

VORANSICHT

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt LEK Lernerfolgskontrolle

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1 – 16	Ab, LEK

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Kompetenzprofil:

Inhalt: Definitions- und Wertemenge, Grenzwerte, Asymptoten, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Schnittwinkel, Monotonie, Extrema, Wendepunkte, Graphen zeichnen, bestimmtes und unbestimmtes Integral, Substitution

Medien: Graphing Calculator (GAS), GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihr Klasse sollte bereits mit Kurvendiskussionen mit gebrochen-rationalen-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen inkl. Parameter vertraut sein. Sie sollte ebenso sicher im Umgang mit Integral- und Stammfunktionen sowie Flächenberechnungen sein.

Lehrplanbezug

Die Aufgaben der Materialien fördern z. B. die Kompetenzen der Lernenden in den ...

- Bereichen „Flächeninhalt und bestimmtes Integral“ und „Anwendungen der Differential- und Integralrechnung“ (Bayern)
- Leitideen: Funktionaler Zusammenhang und Zahl/Variable/Operation der Oberstufe (Baden-Württemberg).

Einsatz im Unterricht

Die Materialien sind einzeln als Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests gedacht. Die Jugendlichen sollten daher die Aufgaben möglichst allein und eigenständig lösen, damit die Tests aussagekräftig sind. Da die Lösungen eher kompakt gehalten sind, sollten Sie die Lösungen der anspruchsvollen Aufgaben nach der Bearbeitung im Unterricht besprechen (z. B. M 1 A2, M 5 A3, M 6 A1e und M 6 A2).

Differenzierung

Je nach Leistungsstärke sollten sich die Schülerinnen und Schüler die Materialien vornehmen. Wurde ein Material bzw. Test mit einfachem Niveau bestanden (etwa Note 4, siehe Tabelle in den Lösungen) kann ein mittelschwerer Test und schließlich der Test mit schwierigerem Niveau bearbeitet werden.

Material	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6
Niveau						

M 1 Potenzfunktionsschar

- Gegeben ist die Funktion $f_a(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und Graphen G_a .
 - Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter a die Schnittpunkte des Graphen G_a mit der x -Achse, Art und Lage der Extremwerte sowie die Koordinaten des Wendepunktes. [6 BE]
 - Auf welcher Kurve G_w liegen alle Wendepunkte, wenn a alle zugelassenen Werte annimmt. Geben Sie auch die Definitionsmenge D_w an. [4 BE]
 - Für welchen Wert von a schneiden sich die Graphen G_w und G_a senkrecht? [4 BE]
 - Für welchen Wert von a schließen die Graphen G_w und G_a eine Fläche von 5 FE ein? [5 BE]
 - Zeichnen Sie den Graphen G_3 für $a = 3$ im Intervall $I = [-0,5; 4]$ und G_w im Intervall $I' = [0; 3]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. [5 BE]
 - Die Geraden $x - c = 0$ ($0 < c < 2$) schneiden den Graphen G_3 im Punkt A und den Graphen G_w im Punkt B. Bestimmen Sie c so, dass die Länge ℓ der Strecke $[AB]$ mit $\ell = |AB|$ ein Maximum wird. [5 BE]
- Die Funktion g mit der Gleichung $f(x) = |f_1(x)|$ ist abschnittsweise definiert.
 - An welcher Stelle x_0 erfährt der Graph G_g der Funktion g eine sprunghafte Richtungsänderung und wie groß ist an dieser Stelle der Schnittwinkel φ ? [6 BE]
 - Bestimmen Sie die Gleichung $y = G(x)$ derjenigen Stammfunktion G zur Funktion g , deren Graph G für $x = 2$ eine Nullstelle besitzt. Welcher Zusammenhang besteht allgemein zwischen einer Integralfunktion F und einer Stammfunktion G zu einer Funktion g ? [5 BE]

Arbeitszeit: 50 Minuten

Gesamt: [40 BE]

M 2 Gebrochen-rationale- und Logarithmusfunktion

1. Gegeben ist die Funktion f durch ihre Gleichung $y = f(x) = \frac{2x-2}{x^2}$ mit Graphen G_f .
- Geben Sie die maximal mögliche Definitionsmenge D_f der Funktion f sowie die Art der Definitionslücke an. Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion f bei Annäherung an die Definitionslücke. **[4 BE]**
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N mit der x -Achse und geben Sie unter Verwendung des Grenzwertes $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ die Gleichungen aller Asymptoten an. **[5 BE]**
 - Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunktes E sowie die Koordinaten des Wendepunktes W . Geben Sie die Wertemenge V der Funktion f an. **[10 BE]**
 - Zeichnen Sie den Graphen G_f im Intervall $I = [-4, 4]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 2 **[6 BE]**
2. Stammfunktion und Integralfunktion
- Zeigen Sie, dass die Schar von Funktionen $G_c(x) = 2 \cdot \ln|x| + \frac{2}{x} + c$ die Menge aller Stammfunktionen einer Funktion f darstellt. **[4 BE]**
 - Für welchen Wert von c stimmt die Funktion F mit $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ mit einer Funktion G_c überein? **[5 BE]**
 - Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph G_f zwischen den Punkten E und W (siehe Teilaufgabe 1c) mit der x -Achse einschließt. **[6 BE]**

Arbeitszeit: 40 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de