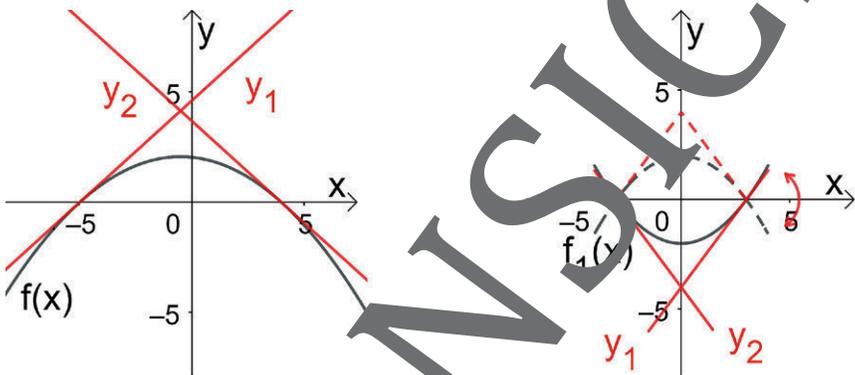


Verhältnisse – Überprüfung von Gesetzmäßigkeiten

Wolfgang Lübbe

Illustrationen von Wolfgang Lübbe



In diesem Beitrag werden Ihre Schülerinnen und Schüler aufgefordert, ihre im Unterricht erworbenen Kenntnisse der Integralrechnung (Berechnung nichtgeradlinig begrenzter Flächen; Berechnung von Rotationsvolumina - bezogen auf quadratische Funktionen und Wurzelfunktionen) anzuwenden. Alle Aufgaben sind Parameteraufgaben, d.h. die Koeffizienten der Variablen in den Funktionstermen sind Parameter. Die Reaktivierung und Reproduktion erworbenen Wissens und Könnens, das Erkennen mathematischer Analogien und die Übertragung konkreter Vermutungen auf allgemein geltende Sachverhalte sind Zielstellungen dieser Aufgaben. Die Differentialrechnung spielt in diesem Zusammenhang nur eine untergeordnete Rolle.

Verhältnisse

Oberstufe (weiterführend)

Wolfgang Lübbe

Illustrationen von Wolfgang Lübbe

| | |
|-------------------------|-----------|
| Hinweise | 1 |
| M 1 Verhältnisse | 2 |
| Lösungen | 4 |
| Anhang | 25 |

Die Schülerinnen und Schüler lernen

Die Schülerinnen und Schüler üben bei der Lösung der hier gestellten Aufgaben den Umgang mit variablen Koeffizienten und schließen dadurch wesentlich ihr mathematisches Denk- und Abstraktionsvermögen. Im Vordergrund stehen der Umgang mit allgemein geltenden Gesetzmäßigkeiten und die Arbeit mit Parametern und Variablen. Die aus konkreten Zahlenbeispielen resultierenden Vermutungen bezüglich Flächen- und Volumenverhältnissen sollen in diesem Beitrag allgemein untersucht und dadurch bestätigt bzw. widerlegt werden.

Ziel ist auch, dass die Lernenden ihre Fähigkeit, Lösungsstrategien zu entwickeln, weiter vervollkommen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt

| Thema | Material | Methode |
|----------|----------|---------|
| Aufgaben | M 1 | Ab |

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| einfaches Niveau | mittleres Niveau | schwieriges Niveau |
|  | Dieses Symbol markiert Tipps. | |

Kompetenzprofil:

Inhalt: Quadratische Funktion, Wurzelfunktion, Ableitung, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Nullstelle, Schnittpunkt, Tangentengleichung, Extremalproblem, Flächenberechnung (zwischen Graph $f(x)$ und x -Achse, Dreieck, Rechteck), Rotationsvolumen (Zylinder, Kegel, Doppelkegel)

Medien: CAS (Nutzung begrenzt möglich)

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und nachweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

Hinweise

Niveau

Die Aufgaben 1 und 2 haben überwiegend mittleres Niveau, sind also im Grundkurs nutzbar. Aufgabe 3 hat schwieriges Niveau, ist also vorrangig für den Leistungskurs geeignet.

Einsatz im Unterricht

Die Aufgaben können im Unterricht in Einzel-, Partner- und/oder in Kleingruppenarbeit oder auch in einem Mathematikzirkel bearbeitet werden. Für den Unterricht erscheint die Partnerarbeit besonders geeignet. Dabei und auch in der Kleingruppenarbeit sollte darauf geachtet werden, dass leistungsschwächere und leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler zusammenarbeiten, um so allen ein Erfolgserlebnis zu ermöglichen.

Bei auftretenden Problemen ist es sicher sinnvoll, Zwischenschritte bzw. Teilergebnisse zu vergleichen oder auch von leistungsstärkeren Mitschülern kommentieren zu lassen.

Vor dem Einsatz dieser Aufgaben im Unterricht ist es eventuell empfehlenswert, in einer vorbereitenden Hausaufgabe entsprechende Aufgaben mit konkretem Zahlenmaterial lösen und Vermutungen zu den angrenzenden Verhältnissen formulieren zu lassen (siehe Anhang). Dazu können auch die Beiträge „Unendliche Variantenvielfalt“ genutzt werden. Dadurch würde das Interesse an der Lösung dieser Aufgaben geweckt und Schülerinnen und Schüler entsprechend motiviert, um mit diesen relativ anspruchsvollen Aufgaben zu beschäftigen. Die Lernenden werden gefordert und gefördert.

Wird auf die Nutzung entsprechender Medien (z.B. CAS) verzichtet, hat das eine Erhöhung des Übungseinktes zur Folge. Zeitlich kann die Bearbeitung dieser Aufgaben jeweils erst nach der Behandlung der entsprechenden Themen der Integralrechnung (Flächen- und Rotationsvolumenberechnung) erfolgen.

M 1 Verhältnisse

Theorie

Nullstelle: Schnittstelle des Graphen $f(x)$ mit der x -Achse, d. h. $f(x) = 0$

Flächenberechnung:

- nichtgeradlinig begrenzte Fläche (Fläche zwischen Graph $f(x)$ und x -Achse)

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

$$A = [F(x)]_a^b$$

- Dreieck $A_D = \frac{1}{2} g \cdot h$
- Rechteck $A_R = a \cdot b$

Tangentengleichung: im Punkt $P(x|y)$

$$y = mx + n \quad ; \quad m = f'(x)$$

Schnittpunktberechnung: $f(x) = g(x)$

Lokales Extremum: $f'(x_E) = 0$

$$f''(x_E) < 0 \quad \text{lokales Maximum}$$

$$f''(x_E) > 0 \quad \text{lokales Minimum}$$

Volumenberechnung:

- Zylinder $V_Z = \pi r^2 h$

- Kegel $V_K = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

- Doppelkegel $V_{DK} = \frac{2}{3} \pi r^2 h$

Rotationsvolumen (um x -Achse) $V = \pi \cdot \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de