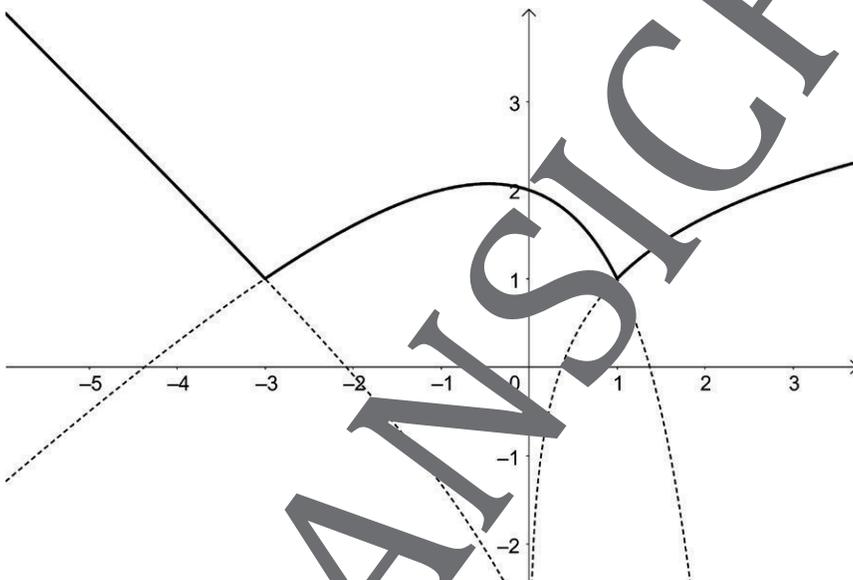


# Abschnittsweise definierte Funktionen

Ein Beitrag von Alfred Müller



© Günter Gerstbrein

In diesem Beitrag beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler mit einer Reihe von Aufgaben, die sich um abschnittsweise definierte Funktionen drehen. Dabei kommen sowohl rationale Funktionen als auch Exponential-, Wurzel- oder Logarithmusfunktionen vor. Die Lernenden überprüfen die Stetigkeit und Differenzierbarkeit dieser Funktionen und betrachten das Monotonieverhalten. Auch Symmetrien der Funktionsgraphen werden näher untersucht. Kurzdiskussionen und Flächenberechnungen per Integral runden den Umfang der Aufgaben ab.

# Abschnittsweise definierte Funktionen

## Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

M1 Rationale Funktion	1
M2 Exponentialfunktion	2
M3 Exponential- und Logarithmusfunktion	3
Lösungen	4

### Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Den Umgang mit abschnittsweise definierten Funktionen. Dabei konzentriert sich jedes Aufgabenblatt auf bestimmte Arten von Funktionen. Die Lernenden betrachten das Monotonieverhalten und die Differenzierbarkeit insbesondere an den Abschnittsgrenzen. Auch die Symmetrie der Funktionsgraphen wird näher untersucht. Weiter führen sie Kurvendiskussionen durch und arbeiten mit bestimmten und unbestimmten Integralen.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Rationale Funktion	M1	AB
Exponentialfunktion	M2	AB
Exponential- und Logarithmusfunktion	M3	AB

## Kompetenzprofil

**Inhalt:**

Funktion, abschnittsweise definierte Funktion, Definitionsmenge, Kurvendiskussion, Zeichnen von Graphen, Stetigkeit, Monotonieverhalten, Differenzierbarkeit, Integral, Extremwert, Symmetrie

**Kompetenzen:**

Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

## Rationale Funktion

M1

1. Gegeben ist die in  $D = \mathbb{R}$  abschnittsweise definierte Funktion  $f$  durch ihre Gleichung

$$y = f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x < 0 \\ ax^2 - \frac{x}{2} + 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}^+ \text{ und Graphen } G_f.$$

- Weisen Sie nach, dass die Funktion  $f$  für  $x = 0$  stetig, aber nicht differenzierbar ist.
- Berechnen Sie den Winkel  $\varphi$ , den die beiden Teilgraphen der Funktion  $f$  an der Stelle  $x = 0$  miteinander einschließen.
- Ermitteln Sie die Nullstellen der Funktion  $f$ . Wie viele Nullstellen ergeben sich in Abhängigkeit von  $a$ ?
- Untersuchen Sie in Abhängigkeit von  $a$  die Graphen  $G_f$  auf Extrempunkte nach Art und Lage.
- Berechnen Sie den Wert für  $a$  so, dass der Tiefpunkt des Teilgraphen für  $x \geq 0$  auf der  $x$ -Achse liegt.

Zeichnen Sie dann den zu  $a = \frac{1}{16}$  gehörenden Graphen  $G_f$  im Intervall  $I = [-3; 5]$

in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 2 cm.

2. Gegeben sind die beiden in  $D_g = D_h = \mathbb{R}$  definierten Funktionen  $g$  und  $h$  durch ihre Gleichungen:

$$y = g(x) = (x+1)^2 \quad \text{mit Graph } G_g \quad \text{und}$$

$$y = h(x) = ax^2 - \frac{x}{2} + 1 \quad \text{mit Graph } G_h.$$

- Berechnen Sie die Schnittpunkte  $S_1, S_2$  der Graphen  $G_g$  und  $G_h$ . Geben Sie dann diese beiden Punkte für  $a = \frac{1}{16}$  an.
- Zeichnen Sie die Graphen  $G_g$  und  $G_h$  jeweils gestrichelt in das Koordinatensystem von Teilfrage 1e).
- Gegeben sind die Punktmenge

$$M_1 = \{(x|y) \mid y \geq (x+1)^2\} \quad \text{und} \quad M_2 = \{(x|y) \mid x < \frac{1}{16}x^2 - \frac{x}{2} + 1\}$$

Zeichnen Sie die Menge  $M_3 = M_1 \cap M_2$  in obiger Zeichnung und geben Sie an, welche Punkte  $S_1$  und  $S_2$  zur Menge  $M_3$  gehören.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**