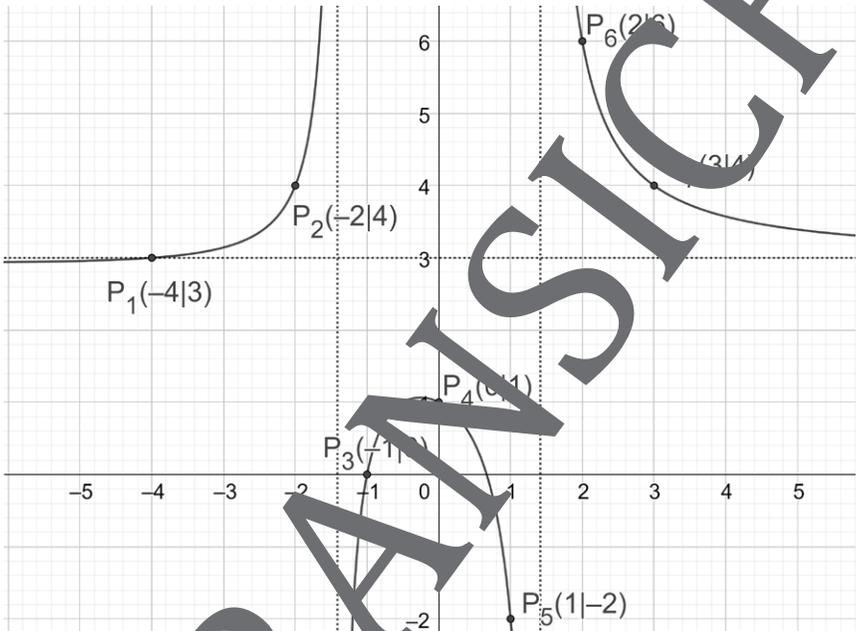


Eigenschaften von Funktionen

Alfred Müller



Grafik: Günter Gerstlein

Während in manchen Aufgaben dieses Materials die Eigenschaften bestimmt werden müssen, geht in einer Reihe von Beispielen den umgekehrten Weg. Gegeben sind bestimmte Eigenschaften, aus denen die Schülerinnen und Schüler herausfinden müssen, wie die zugehörigen Funktionsgleichungen lauten.

Es handelt sich um anspruchsvolle Aufgaben, die sich an fortgeschrittene Schülerinnen und Schüler richten, die nach Herausforderungen suchen. In manchen Beispielen empfiehlt es sich auch, den Jugendlichen beratend und mit Tipps zur Seite zu stehen.

Eigenschaften von Funktionen

Oberstufe (vertiefend)

Alfred Müller

M1 Aufgabenblatt 1	1
M1 Aufgabenblatt 1	2
M1 Aufgabenblatt 1	3
M1 Aufgabenblatt 1	4
M1 Aufgabenblatt 1	5
Lösungen	6

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

sowohl die Eigenschaften von gegebenen Funktionen zu bestimmen, als auch den umgekehrten Weg zu gehen: Aufgrund von gegebenen Eigenschaften schließen sie auf die dahinterstehende Funktionsgleichung.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Ganzrationale Funktion	M1–M4	AB
Gebrochenrationale Funktion	M1–M5	AB
Exponentialfunktion	M1, M4	AB
Koeffizientenbestimmung	M1, M4	AB
Abstandsfunktion	M1, M4	AB
Fallunterscheidung	M3	AB
Betragsfunktion	M3–M5	AB
Wurzelfunktion	M3, M5	AB
Trigonometrische Funktion	M5	AB
Abschnittsweise definierte Funktion	M5	AB

Inhalt:

Polynomiale, gebrochenrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Betragfunktion, trigonometrische Funktionen, Koeffizientenbestimmung, Fallunterscheidung, Wurzel, Schnittpunkte, Nullstellen, Definitionsbereich, Wertebereich, Wertebereichsintervall, Fallunterscheidung

Kompetenzen:

Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Aufgabenblatt 1

M1

1. Man bestimme alle Polynomfunktionen $y = f(x)$ mit reellen Koeffizienten, welche die folgende Gleichung erfüllen:

$$f(x+1) - f(x) = x+1$$

Skizzieren Sie den Graphen jenes Polynoms, das durch den Ursprung $O(0|0)$ verläuft.

2. Zeigen Sie, dass die Funktion $f: x \mapsto f(x) = 1 - \frac{2}{1+3^x}$ mit $x \in D_f = \mathbb{R}$ die folgenden beiden Bedingungen erfüllt:

$$(1) f(1) = \frac{1}{2}$$

$$(2) f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1+f(x) \cdot f(y)} \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}$$

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

3. Ermitteln Sie die für $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierte Funktion f , welche die folgenden drei Bedingungen erfüllt:

$$(1) f\left(\frac{1}{x}\right) = x \cdot f(x) \text{ für alle } x \neq 0$$

$$(2) f\left(\frac{1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 1 + f\left(\frac{1}{x+y}\right) \text{ für alle } x \neq 0, y \neq 0 \text{ sowie } x+y \neq 0$$

$$(3) f(1) = 2$$

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

Aufgabenblatt 3

M3

1. Man zeige, dass die folgende Gleichung die einer in $D_f = \mathbb{R}$ definierten Funktion f darstellt und bestimmen Sie den Wertebereich W_f von f :

$$f(x) = \frac{(x^2 - x) \cdot (x^2 - x + 5) + 6}{(x^2 - x) \cdot (x^2 - x + 6) + 9}$$

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

2. Man bestimme diejenigen in $D_f = D_g = \mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g , welche die folgenden vier Eigenschaften erfüllen:

(1) $f(x) > 1 \wedge g(x) \geq 0$

(2) $(f(x))^2 - (g(x))^2 = 1$

(3) $f(\sqrt{x^2 + y^2}) = f(x) \cdot f(y) + g(x) \cdot g(y)$

(4) $g(\sqrt{x^2 + y^2}) = f(x) \cdot g(y) + f(y) \cdot g(x)$

Skizzieren Sie die Funktionsgraphen G_f und G_g von f und g (Anmerkung: Es gibt keine eindeutige Lösung; wählen Sie eine Lösungsmöglichkeit aus).

3. Abstand zweier Funktionen:

Die Funktionen f und g sind auf dem gleichen Intervall I definiert. Als Abstand dieser beiden Funktionen bezeichnet man den *größten* Wert von $|f(x) - g(x)|$ im Intervall I .

Im Intervall $I = [-2; 2]$ seien die Funktionen f und g wie folgt definiert:

$$f(x) = 2 - |x| \wedge g_a(x) = -ax^2 + 2$$

Untersuchen Sie, ob es einen Wert a so gibt, dass der Abstand von f und g_a möglichst klein wird. Falls es Werte für a gibt, geben Sie diese an.

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de