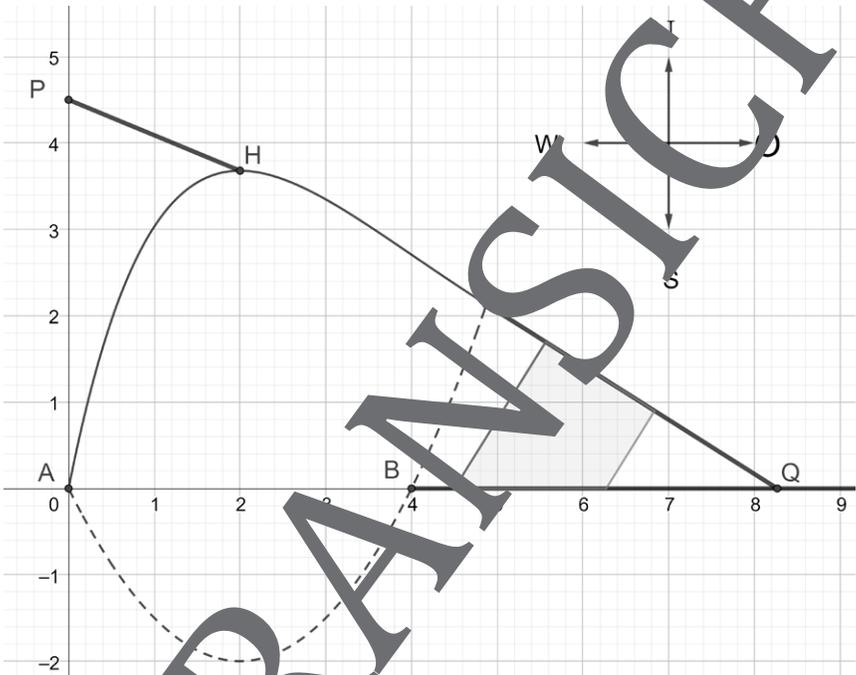


Schwimmwettkampf an der Badebucht

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

In einem konkreten und anschaulichen Beispiel werfen die Schülerinnen und Schüler einen genauen Blick auf das mathematische Modell eines Badesees. Dabei bestimmen sie mit den Werkzeugen der Analysis die Abgrenzungen des Ufers, die Wege zur Bucht sowie die Größe eines vorhandenen Parkplatzes. Für einen stattfindenden Schwimmwettkampf erstellen sie verschiedene Varianten für eine Schwimmstrecke und untersuchen die Entwicklung der Besucherzahlen am Tag des Wettkampfs. Dabei wenden die Jugendlichen ihr Können und Wissen über Ableitungs- und Integralfunktionen sowie über Ungleichungen an.

Schwimmwettkampf an der Badebucht

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
Aufgaben	3
Lösungen	7

Die Schülerinnen und Schüler lernen

ihr Können und Wissen über Ableitungs- und Integralfunktionen sowie Geradengleichungen und Gleichungssysteme in einem konkreten, realitätsnahen Beispiel anzuwenden.

VORANSICHT

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	Ab

Kompetenzprofil:

Inhalt: Ganzrationale Funktion, 2. Grades, Exponentialfunktion, Null- und Schnittstellen, Prozentrechnung, Tangente und Berührungspunkt, Gleichung von Halbgeraden, Extremstellen, Extremwertproblem, bestimmtes Integral, Bestandsfunktion, zentrische Streckung, Strahlensatz

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten eine Geradengleichung aufstellen und den Definitionsbereich von Halbgeraden bestimmen können. Sie können eine Tangentengleichung an den Graphen einer Funktion bestimmen und eine Funktionsuntersuchung vorbereitet ihnen keine Schwierigkeiten. Die Lernenden sollten den Schnittwinkel von Geraden/Tangenten berechnen können. Sie können den Funktionsterm von ganzrationalen Funktionen bestimmen („Steckbriefaufgaben“) sowie die Zielfunktion bei einem Extremwertproblem aufstellen. Im Allgemeinen sind die Jugendlichen sicher im Umgang mit ganzrationalen Funktionen sowie Exponentialfunktionen und dazu fähig, diese sowohl zu integrieren als auch zu differenzieren. Von Vorteil ist es, wenn die Lernenden sicher im Umgang mit einem GTR/CAS-Rechner sind.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GoSt_Mathematik.pdf (aufgerufen am 21.03.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese,
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten,
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“),
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten,
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an,
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion.

Aus der Unter- und Mittelstufe werden angesprochen:

- Eigenschaften von gleichschenkligen und gleichseitigem Dreieck
- Eigenschaften der zentrischen Streckung und Strahlensätze
- Satz des Pythagoras

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

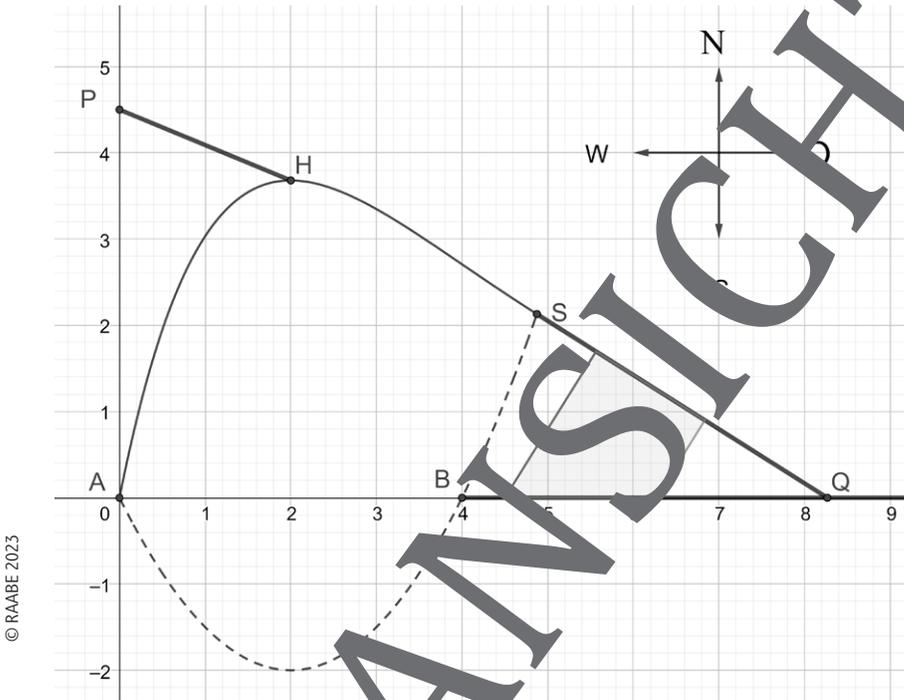
Vor der Bearbeitung bei **Aufgabe 1)** kann das Verfahren zur Bestimmung des Winkels zwischen zwei Graphen bei einem gemeinsamen Punkt wiederholt werden. Ebenso können Sie noch einmal darauf hinweisen, dass bei negativ orientierten Winkel der Winkel im Uhrzeigersinn gemeint ist. Bei **Aufgabe 2)** wiederholen Sie den Begriff knickfrei oder, falls er den Schülerinnen und Schülern bisher unbekannt ist, klären Sie z. B. mit Skizzen an der Tafel, was knickfrei bedeutet (An den „Knickstellen“ haben die Teilfunktionen den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung). Bei den Aufgabenteilen **4b)** und **4c)** besprechen Sie verschiedene Möglichkeiten, wie die Größe der Liegewiese bzw. des Parkplatzes berechnet werden können. Lassen Sie ihre Schülerinnen und Schüler dann die Größe mit den unterschiedlichen Möglichkeiten berechnen und anschließend den Rechenaufwand bei der Lösung vergleichen. Bei **Aufgabe 5)** kann insbesondere bei schwächeren Lerngruppen die Abstandformel für zwei Punkte sowie die Eigenschaften von gleichseitigem bzw. gleichschenkligen Dreieck wiederholt werden.

Eine Veranschaulichung bzw. Kontrolle der Lösung kann mithilfe von GeoGebra geschehen.

Die Aufgaben eignen sich auch zur Vorbereitung auf das Abitur, da sie entsprechende Aufgabenstellungen beinhalten.

Aufgaben

M1



© RAABE 2023

Grafik: Günther Weber

In einem geeigneten Koordinatensystem ($1\text{LE} \hat{=} 100\text{ m}$) ist das Ufer eines Badesees festgelegt durch den Graphen der Funktion $f(x) = 5 \cdot x \cdot e^{-0,5x}$, $x \in [0; x_S]$ (oberer Uferstrand) und den Graphen einer quadratischen Funktion $p(x)$, $x \in [0; x_S]$ (unterer Uferstrand). Die Parabel verläuft durch den Punkt $A(0|0)$ sowie durch einen Punkt B, der 400 m östlich des Punktes A liegt. Der von der Strecke \overline{AB} am weitesten entfernte liegende Punkt des unteren Uferstrands liegt 200 m südlich der Strecke \overline{AB} .

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de