

Symmetrien, Stammfunktionen und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller



© Willie B. Thomas / Digital Vision / Getty Images Plus

Überprüfen Sie die Leistung Ihrer Schülerinnen und Schüler mithilfe von sechs Übungstests, oder lassen Sie die Jugendlichen damit selbstständig ihre Fähigkeiten einschätzen. Für realistische Prüfungsbedingungen sorgen ein Bewertungsschlüssel sowie eine Zeitvorgabe.

Im Rahmen der Aufgaben arbeiten die Jugendlichen mit verschiedenen Arten von Funktionen, auch abschnittsweise definierte Funktionen kommen dabei vor. Die Schülerinnen und Schüler führen Kurvendiskussionen durch, berechnen Flächeninhalte mithilfe per Integration und spiegeln Funktionen an den Koordinatenachsen. Die Bildung von Schnittwinkeln und die Untersuchung von Symmetrien runden das Aufgabenspektrum ab.

Symmetrien, Stammfunktionen und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller

M1 Quadratische Funktion, Spiegelung und Symmetrie	1
M2 Ganzrationale Funktion und Stammfunktionen	2
M3 Gebrochenrationale Funktionenschar	3
M4 Funktionenschar mit Logarithmus	4
M5 Funktionenschar mit Exponentialfunktion	5
M6 Abschnittsweise definierte Funktion mit Logarithmus	6
Bewertungsschlüssel	7
Lösungen	8

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Anwendung ihres Wissens und ihres Könnens in abiturrelevanten Aufgaben. Die Zeitvorgaben ermöglichen auch die Simulation einer realen Prüfungssituation und fördern ihr Zeitmanagement.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Quadratische Funktion, Spiegelung und Symmetrie	M1	AB
Ganzrationale Funktion und Stammfunktionen	M2	AB
Gebrochenrationale Funktionenschar	M3	AB
Funktionenschar mit Logarithmus	M4	AB
Funktionenschar mit Exponentialfunktion	M5	AB
Abschnittsweise definierte Funktion mit Logarithmus	M6	AB

Differenzierung

Material	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Niveau						

Kompetenzprofil:

Inhalt: Exponentialfunktion, Logarithmus, ganzrationale Funktion, gebrochenrationale Funktion, abschnittsweise definierte Funktion, Funktionenschar, Integrieren, partielle Integration, Differenzieren, Stetigkeit, Kurvendiskussion, Skizzieren von Graphen, Extrempunkt, Hochpunkt, Tiefpunkt, Wendepunkt, Grenzwerte, Asymptoten, Funktionenscharen, Stamm- und Integralfunktionen

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Quadratische Funktion, Spiegelung und Symmetrie

M1

- Gegeben ist die in $D_f = \mathbb{R}$ definierte quadratische Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ und der Wertemenge $W_f =]-\infty; 2]$. Ihr Graph G_f hat die Gerade $x = 1$ als Symmetrieachse und verläuft durch den Punkt $P(4| -2,5)$.
 - Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $y = f(x)$. [4 BE]
 - Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen und geben Sie eine Aufspaltung der Funktion f in Linearfaktoren an. [4 BE]
 - Für welche $x \in D_f$ nimmt f streng monoton ab? Überprüfen Sie dann die Funktion f auf Beschränktheit und geben Sie gegebenenfalls Supremum U oder Infimum O an. [3 BE]
- Die Gerade g_1 durch die Punkte $A(-3|1)$ und $B(2|-1,5)$ schneidet den Graphen G_f in zwei Punkten S_1 und S_2 .
 - Bestimmen Sie die Gleichung von g_1 und die Koordinaten von S_1 und S_2 . [6 BE]
 - Für welchen Wert von t berührt die Gerade $g_2: y = -2x + t$ mit den Graphen G_f ? Bestimmen Sie dann eine Gleichung der Normalen n zu g_2 durch den obigen Punkt P sowie die Größe des spitzen Winkels δ , unter dem sich die Geraden g_1 und g_2 schneiden. [6 BE]
 - Zeichnen Sie den Graphen G_f für alle $x \in [-2; 4]$ sowie die Geraden g_1 und g_2 in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. [5 BE]
- Der Graph G_f der Funktion f wird an der x -Achse gespiegelt. Es entsteht eine neue Funktion $h(x)$. Geben Sie eine Gleichung von h an. Schreiben Sie dann die Funktion k mit $y = k(x) = |h(x)|$ abschnittsweise und geben Sie an, für welche x -Werte die Funktionen f und k übereinstimmen. [6 BE]
- Gegeben sind die Funktionen k_r mit der Gleichung $y = k_r(x) = x^3 + rx^2 + (r-4) \cdot x$, $D_k = \mathbb{R}$, $r \in \mathbb{R}$ und Graphen G_{k_r} .
 - Bestimmen Sie r , sodass der Graph der Funktion f_1 punktsymmetrisch zum Ursprung ist. Begründen Sie! Bestimmen Sie dann für $r = 0$ eine vollständige Aufspaltung der Funktion f_1 . [4 BE]
 - Für $r = 4$ besitzt die Funktion f_4 eine doppelte Nullstelle. Geben Sie diesen Wert sowie seine Bedeutung für den Graphen G_{k_4} an. [2 BE]

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Gebrochenrationale Funktionenschar

M3

1. Gegeben ist die in $D_a = \mathbb{R} \setminus \{a\}$ definierte Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung $y = f_a(x) = \frac{x^2}{a(x-a)}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und Graphen G_a .
 - a) Bestimmen Sie die Gleichungen der Asymptoten der Graphen G_a und zeigen Sie, dass die Graphen G_a symmetrisch zum Schnittpunkt Z der beiden Asymptoten sind. [6 BE]
 - b) Untersuchen Sie die Graphen G_a auf Hoch-, Tief- und Wendepunkte und geben Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieser Punkte an. [8 BE]
 - c) Zeichnen Sie den Graphen G_2 für $a = 2$ mit seinen Asymptoten im Intervall $I = [-2; 6]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. [5 BE]

2. Vom Punkt $P(0|1)$ wird die Tangente t an den Graphen G_a gezeichnet.
 - a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden t . [6 BE]
 - b) Die y -Achse, die Gerade t sowie der Graph G_2 schließen ein Flächenstück A ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts von A . [6 BE]

3. Gegeben ist ferner die Funktion $g_a(x) = \frac{1}{\sqrt{1+a(x^2)}}$.
 - a) Berechnen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge D_g und untersuchen Sie den Graphen G_g auf Extremwerte. Geben Sie die Koordinaten solcher Punkte an. [6 BE]
 - b) Bestimmen Sie die Wertemenge W_g der Funktion g_a . [3 BE]

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de