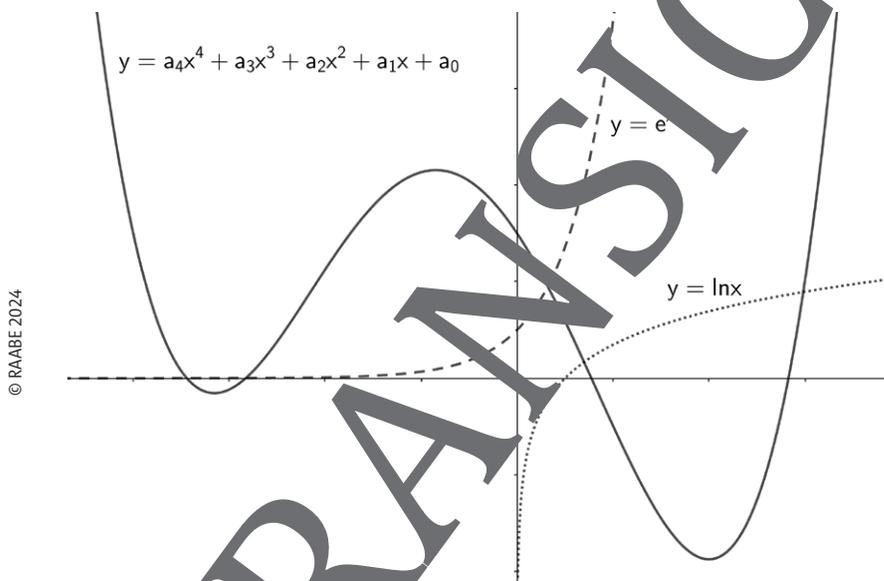


G.11.6

Logarithmusfunktionen und Exponentialfunktionen

Exponentialfunktion, Logarithmus und Polynom – Vermischte Übungen aus Analysis

Alfred Müller



© RAABE 2024

Grafik: Günter Gerstbrein

In dieser Übungsammlung beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler mit dem Integrieren und Differenzieren von Exponentialfunktionen, Logarithmus und Polynomen. Dabei wenden sie nicht nur die bekannten Regeln an, sondern leiten auch selbst Integrationsregeln her. Ferner bilden die Lernenden auch Grenzwerte, legen Tangenten und bestimmen Polynomkoeffizienten.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10/11/12/13
Kompetenzen:	Analysekompetenz, Bewertungskompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösungskompetenz
Methoden:	Analyse, Auswertung, Diskussion, Übung
Thematische Bereiche:	Exponentialfunktion, Logarithmus, Polynom, rationale Funktion, Integrieren, Differenzieren, Grenzwerte bestimmen, Koeffizienten bestimmen, Tangenten an Funktionen legen

Hinweise

Um die Aufgaben lösen zu können, ist von den Lülern bereits bekannt, wie Exponential- und Logarithmusfunktionen integriert und abgeleitet werden. Sie sind in der Lage, Kurvendiskussionen durchzuführen, und können Grenzwerte bestimmen.

Auf einen Blick

Exponentialfunktion, Logarithmus und Polynom

M 1 Lösungsaufgaben

Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Übungsaufgaben

M 1

1.

- a) Bilden Sie die Ableitung der Funktion $y = f(x)$ und folgern Sie daraus auf welche Integrationsregel:

(1) $f(x) = e^x \cdot (x-1)$

(2) $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$

- b) Für welchen Wert von x gilt: $\int_1^x \frac{1}{t} dt = \int_1^x \ln t dt$? Was kann man daraus folgern?

- c) Für welche in $D = \mathbb{R}$ definiert differenzierbare Funktion $y = f(x)$ gilt:
 $(y^2)' = (y')^2$?

2.

- a) Die Ableitung der Funktion $f(x) = e^x$ ist als $f'(x) = e^x$ bekannt. Bestimmen Sie damit die Ableitung der Funktion $f(x) = a^x$.

- b) Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f von möglichst niedrigem Grad verläuft durch den Ursprung und besitzt im Wendepunkt $W(4|0)$ eine Wendetangente mit der Steigung $m = 1$. Geben Sie die Gleichung $y = f(x)$ einer solchen Funktion f an.

- c) Zeigen Sie, dass die Funktion $f_a(x) = \frac{1}{a^3}(x - 3a^2x)$ für $x = a$ einen Tiefpunkt besitzt. Bestimmen Sie die Gleichung der Kurve, auf der alle Tiefpunkte liegen.

- d) Zeigen Sie, dass jede Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$ genau einen Wendepunkt besitzt. Unter welcher Bedingung gibt es genau zwei Extremwerte?

3.

- a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x^2} = \dots$

(2) $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{3}}^R \frac{3x-1}{x^3} dx = \dots$

- b) Im Ursprung $O(0|0)$ wird die Tangente an den Graphen G_f der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ gelegt. Welchen Berührungspunkt B erhält man?

- c) Im Punkt $A(0|-4)$ wird die Tangente an den Graphen G_f der Funktion $f(x) = 2 \cdot \ln x$ gelegt. Welchen Berührungspunkt erhält man?

- d) Stellen Sie $y = f(x)$ mit $x = 3a + 4$ und $y = 1 + 2a$ in parameterfreier Form dar.

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

