

R.8.29

Aufgaben mit verschiedenen Funktionenarten

Modellierung einer Fledermausgaube mit verschiedenen Funktionsarten

Günther Weber



© RAABE 2024

© Günther Weber

Eine Fledermausgaube verleiht einem Dach ein besonderes Aussehen, der Bau stellt aber aufgrund seiner gewölbten Form die Zimmerleute vor besondere Herausforderungen. Mit den Werkzeugen der Analysis bestimmen Ihre Schülerinnen und Schüler mögliche Funktionen, deren Graphen Stirnlinien der Fledermausgaube modelliert. Zudem berechnen Sie die Fläche auf der Frontseite der Gaube.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	3–4 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Mathematische Darstellungen verwenden, mathematische Argumentation, mathematische Kommunikation, Textkompetenz, Umgang mit Texten und Medien
Methoden:	Analyse, Computer- und Softwareeinsatz, Datenauswertung, Diagrammerstellung, Übung
Materialart:	Excel, GeoGebra-Datei, Grafik, Informationsblatt
Inhalt:	Sinusfunktion, Kreisgleichung, Wurzelfunktion, Exponentialfunktion, gebrochenrationale Funktion, gebrochene rationale Funktion 4. Grades, Trendfunktion, Transformation von Funktionen, Achsensymmetrie, Nullstellen, Schnittpunkten, Tangente und Berührungspunkt, bestimmtes Integral, Prozentrechnung, Sehnen-Trapez-Verfahren

Didaktisch-methodische Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler kennen die Parameter der Sinusfunktion und die verschiedenen Transformationen, die auf den Graphen einer Funktion angewendet werden können. Sie sind mit der Kreisgleichung vertraut und können diese so nach der y -Koordinate umstellen, dass man als Funktionsterm eine zum Halbkreis passende Wurzelfunktion erhält. Ebenso wissen sie, dass bei einem Kreissektor der Definitionsbereich der Wurzelfunktion eingeschränkt werden muss. Die Jugendlichen wenden das Einsetzungsverfahren zum Lösen eines nicht linearen Gleichungssystems an. Ebenfalls sind sie in der Lage, einen Term nach den in ihm enthaltenen Variablen aufzulösen. Die Lernenden können eine ganzrationale Funktion bestimmen, indem sie ein lineares Gleichungssystem aufstellen und dieses lösen. Die Bestimmung der Trendfunktion mithilfe von Excel muss nicht unbedingt bekannt sein und kann mithilfe des Informationsblattes **M 1** im Unterricht besprochen

werden. Die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Trapezes ist allerdings unklar und nicht sichtbar. Auch der Zusammenhang zwischen dem Term einer Funktion und dem Term der an der y-Achse gespiegelten Funktion ist den Lernenden bewusst. Im Allgemeinen sind die Jugendlichen sicher im Umgang mit ganzrationalen Funktionen bzw. Exponentialfunktionen und sind dazu fähig, diese mit den Ableitungsregeln zu differenzieren und zu integrieren. Von Vorteil ist es, wenn die Schüler und Schülerinnen sicher im Umgang mit einem GTR/CAS-Rechner sind.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/111/gost_kp_s11_2023_06_07.pdf

(aufgerufen am 09.07.2024) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen im Bereich Analysis:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- bestimmen Parameter einer Funktion mit Hilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“),
- verwenden das notwendige Kriterium und das hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrempunkten,
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich,
- nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege erfindend zu gestalten,
- bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus, [...] und wenden die Produkt- und Kettenregel an,
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion.

Die Lernenden nutzen außerdem mathematische Hilfsmittel wie ein GTR/CAS und digitale Werkzeuge, z. B. Geogebra und Excel.

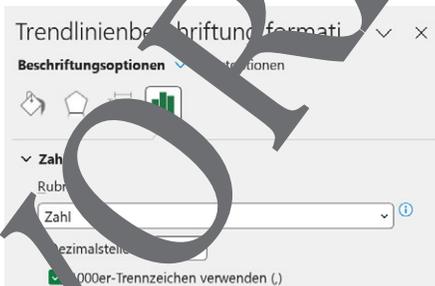
M 1 Trendfunktion mit MS Excel

Markieren Sie die Daten, von denen Sie ein Diagramm erstellen wollen und wählen Sie den Diagrammtyp aus, z. B. ein Punktdiagramm.

Klicken Sie mit der rechten Maustaste auf einen Datenpunkt. Es öffnet sich ein Kontext-Menü, das den Punkt „Trendlinie hinzufügen“ beinhaltet.

Nach Auswahl des Menü-Punktes „Trendlinie hinzufügen“ öffnet sich das Menü „Trendlinie formatieren“.

In diesem Menü können Sie den Regressionstyp und bei Polynomfunktionen (Typ: polynomisch) auch den Grad des Polynoms auswählen. Gleichzeitig kann hier durch Auswahl des Kontrollkästchens „Formel im Diagramm anzeigen“ angegeben werden, dass der Funktionsterm im Diagramm angezeigt wird.



Nach Rechtsklick mit der Maus auf die Formel öffnet sich ein Kontext-Menü mit der Möglichkeit, die Trendlinienbeschriftung zu formatieren. Unter der Rubrik Zahl können Sie hier die Dezimalstellen in der Formel angeben.

Modellierung einer Fledermausgaube mit verschiedenen Funktionsarten M 2

Bei einem Spaziergang durch ein Neubaugebiet sieht Derya ein Haus mit einer gewölbten Dachgaube. Sie findet diese Dachgaube sehr schön und beschließt, die Gaubenart zum Thema einer Facharbeit im Fach Mathematik zu machen. Sie recherchiert im Internet und liest, dass diese Gaube „Fledermausgaube“ genannt wird. Weiter steht dort: Bezeichnend für eine Fledermausgaube



Foto: Günther W...

ist ihr Schwung, ähnlich einer Sinuskurve, der zu den Seiten hin ausläuft. Die Gaube passt sich hierdurch dem Dach sehr gut an. Um diese gute optische Wirkung zu erzielen, sollte das Verhältnis der Gaubenhöhe zur halben Gaubenbreite 1:2,5 bis 1:3 betragen.

Derya schätzt grob, dass die Gaube eine Breite von 5 m und eine Höhe von 1 m hat.

Aufgaben

1.
 - a) Überprüfen Sie, ob die Fledermausgaube, die Derya entdeckt hat, eine gute optische Wirkung erzielt.
 - b) Modellieren Sie die Fledermausgaube durch den Graphen einer Sinusfunktion, deren Graph in einem geeigneten Koordinatensystem ($1 \text{ LE} = 1 \text{ m}$) symmetrisch zur y -Achse liegt. Außerdem soll der Hochpunkt oberhalb der x -Achse liegen.
 - c) Beurteilen Sie, ob eine Sinusfunktion geeignet ist, die Fledermausgaube zu modellieren.



Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

