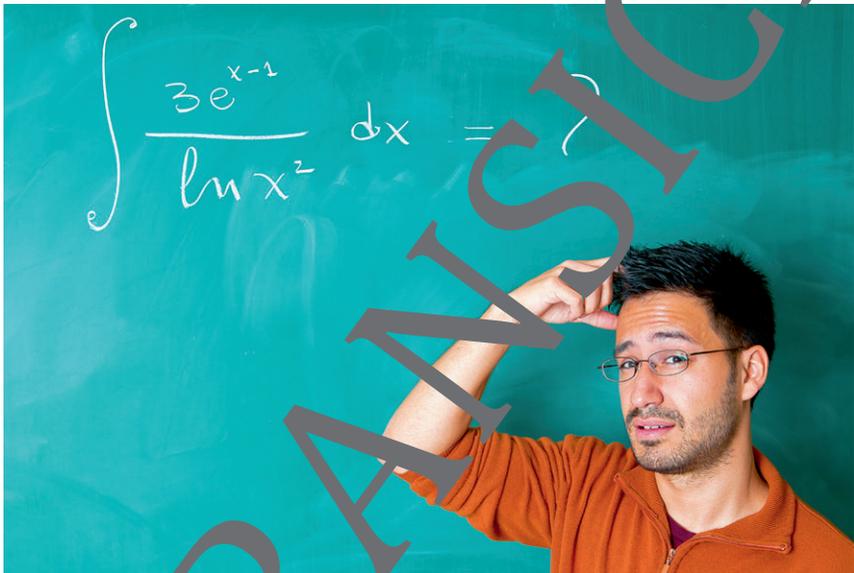


P.1.19

Tests

Stammfunktionen, Ortskurven, Flächen und Linearfaktoren – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller



© RAABE 2024

© AlparmayoPhoto / E+ / Getty Images Plus

Sechs Übungstests, die Sie auch als Abiturvorbereitung nutzen lassen können, helfen Ihnen dabei, sich ein Bild über den Kenntnisstand Ihrer Schülerinnen und Schüler im Bereich der Analysis zu bilden. Alternativ können Sie die Tests auch den Jugendlichen zur Selbstkontrolle zur Verfügung stellen. Zeitvorgaben sowie ein Bewertungsschlüssel sorgen dabei für realistische Prüfungsbedingungen.

Anhand verschiedener Funktionsarten üben die Lernenden die Differenzial- und Integralrechnung. So kommen rationale Funktionen bzw. Funktionenscharen ebenso vor wie Logarithmen und Exponentialfunktionen. Auch Ortskurven der Extremstellen bei Funktionen sowie das Zerlegen einer Funktion in ihre Linearfaktoren sind Teil der Aufgaben.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Kompetenzen:	Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer Formaten und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
Methoden:	Abiturvorbereitung, Übung
Thematische Bereiche:	Gebrochenrationale Funktion, Exponentialfunktion, Logarithmus, Ortskurve, Scharkeurve, Stammfunktion, partielle Integration, Umkehrbarkeit

Fachliche Hinweise

Die Jugendlichen sind in der Lage, verschiedene Funktionen zu differenzieren und zu integrieren und Kurvendiskussionen durchzuführen sowie Gleichungen zu lösen. Als Abiturvorbereitung sollte der Stoff der Oberstufe vorausgesetzt werden können.

Auf einen Blick

Übungstests aus Analysis

M 1	Funktionscharakter, Ortskurve und maximale Fläche
M 2	Gebrochenrationale Funktion und Linearfaktoren
M 3	Logarithmus, Scharkeurve und partielle Integration
M 4	Exponentialfunktion, Stammfunktion und Fläche
M 5	Logarithmus, Stammfunktion und Umkehrbarkeit
M 6	Exponentialfunktion, Stammfunktion und Ortskurve

Erklärung zu den Symbolen

 Leichtes Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
---	--	--

Funktionenschar, Ortskurve und maximale Fläche

M 1

1. Gegeben ist die in $D = \mathbb{R}$ definierte Schar von Funktionen $f_a(x) = -\frac{1}{8}x^4 + a^2x^2$ mit $a \in \mathbb{R}$ und ihren Graphen G_a . Untersuchen Sie die Graphen G_a auf Symmetrie sowie auf Schnittpunkte mit der x-Achse. [5 BE]
- a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a Art und Lage der Extrempunkte sowie die Abszissen der Wendepunkte. [6 BE]
- b) Zeigen Sie durch Rechnung, dass alle Graphen G_a nur einen Punkt gemeinsam haben, in dem sie sich berühren. [2 BE]
- c) Zeichnen Sie die Graphen G_1 und $G_{\sqrt{2}}$ für $a = 1$ bzw. $a = \sqrt{2}$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse. [6 BE]
- d) Die gezeichneten Graphen von Teilaufgabe 1d) schneiden im 1. Quadranten zusammen mit der x-Achse eine Fläche A ein. Bestimmen Sie deren Inhalt. [6 BE]
2. Ortskurve und Extremwert
- a) Ermitteln Sie eine Gleichung $y = g(x)$ derjenigen Kurve G_g , auf der alle Hochpunkte liegen und skizzieren Sie diese in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1d). Unter welchem Winkel α schneiden sich die Graphen G_1 und G_g im 1. Quadranten? [5 BE]
- b) Die Geraden mit den Gleichungen $y = u$ und $y = 2 - u$ ($0 < u < 2$) schneiden den Graphen G_g in den Punkten A und D sowie den Graphen G_1 in den Punkten B und C. Für welchen Wert von u ist der Inhalt des Vierecks ABCD maximal? [6 BE]
3. Durch $F(x) = \int_2^x f_1(t) dt, D_F = \mathbb{R}$ ist eine Integralfunktion zur Funktion f_1 definiert.
- a) Beschreiben Sie die Lage der drei Nullstellen der Funktion F durch geometrische Überlegungen. [4 BE]
- b) Geben Sie eine Funktionsgleichung von F in integralfreier Darstellung an. [2 BE]

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Logarithmus, Scharkurve und partielle Integration

1. Gegeben ist die in $D_a = \mathbb{R}^+$ definierte Schar von Funktionen $f_a(x) = \frac{\ln x - a}{x}$, $a \in \mathbb{R}$ und Graphen G_a .
- Zeigen Sie, dass die Graphen G_a keine gemeinsamen Punkte besitzen. Geben Sie das Verhalten der Graphen G_a für $x \rightarrow 0$ und $x \rightarrow \infty$ an. Welche Asymptoten haben folglich alle Graphen? [6 BE]
 - Untersuchen Sie die Scharkurven G_a auf Schnittpunkte mit der x -Achse und auf Extremwerte nach Art und Lage. Berechnen Sie gegebene, falls die Koordinaten dieser Punkte. [9 BE]
 - Die Extremwerte der Graphen G_a bilden eine Kurve K . Berechnen Sie die Kurvengleichung und zeigen Sie, dass sich die Graphen der Kurve K und G_a nur im Extrempunkt schneiden. [5 BE]
 - Zeichnen Sie den Graphen G_0 für $a = 0$ sowie die Kurve K im Intervall $I =]0; 5]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. [6 BE]
2. Der Graph G_0 der Funktion f_0 mit $f_0(x) = \frac{\ln x}{x}$ schließt für $x \geq 1$ mit der x -Achse eine Fläche A ein.
- Überprüfen Sie durch Rechnung, ob dieser Flächeninhalt endlich ist. [6 BE]
 - Zeigen Sie, dass jeder Graph G_a den Flächeninhalt des Rechtecks halbiert, das von den Koordinatenachsen und den Parallelen zu diesen durch den Extremwert von G_a begrenzt wird. [8 BE]

Arbeitszeit: 40 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

