

## T.3.12

### Bausteine der Analysis – Stetigkeit, Differenzierbarkeit

## Auf den Spuren von Leibniz – Anwendung der Differenzialrechnung

Doris Walkowiak



© RAABE 2025

Gottfried Wilhelm Leibniz, Portrait von  
Christoph Bernhard Francke, ca. 1700 (Ausschnitt)

Das mathematische Wissen anwenden und damit Probleme aus unterschiedlichsten Bereichen lösen zu können, sind zentrale Anforderungen an unsere Schülerinnen und Schüler. Gerade die Differenzialrechnung bietet vielfältige Ansätze für problemorientiertes, fachübergreifendes und praxisnahe Arbeiten.

Nicht nur in der Physik, wo man die Bewegungsgesetze herleiten kann, spielt die Differenzialrechnung eine Rolle. Auch in der Wirtschaft zur Berechnung von Grenzkosten oder zur Maximierung des Gewinns, in der Natur bei Wachstums- und Zerfallsprozessen, im Bauwesen bei der Geländegestaltung oder zur Ermittlung des Materialbedarfs kann man auf die Differenzialrechnung nicht verzichten.

Das vorliegende Material gibt hierzu einige Anregungen.

---

**KOMPETENZPROFIL****Klassenstufe:** 11/12**Dauer:** 7 Unterrichtsstunden**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen, mathematisch modellieren, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen.**Methoden:** Analyse, Auswertung, Bildanalyse, Computer- und Softwareeinsatz, Diagrammerstellung, Diskussionsübung**Thematische Bereiche:** Differenzenquotient; Differenzialquotient; Faktor-, Summen- und Potenzregel; GTR-Eigenschaften von Funktionen; mathematische Modellierung; Ableitung im Kontext von Physik und Wirtschaft

## Didaktisch-methodische Hinweise

Dem Problemlösen als überfachlicher Kompetenz kommt in der Mathematik gerade in der Sekundarstufe 2 eine besondere Bedeutung zu. Dabei geht es darum, problematische Aufgaben zunächst zu erfassen und zu beschreiben. Anschließend wendet man Techniken für deren Lösung an. Die Lösung hinterfragt man kritisch und modifiziert sie gegebenenfalls. Dies erfordert umfangreiches fachübergreifendes Wissen und die Fähigkeit zu komplexem und logischem Denken.

Dabei spielt insbesondere die Modellbildung eine große Rolle. Praktische Sachverhalte muss man auf ihren mathematischen Kern reduzieren, Lösungssätze benützen oder auch verwerfen und die Ergebnisse kritisch bewerten.

Darüber hinaus lernen die Schülerinnen und Schüler in diesem Bereich, die ihnen zur Verfügung stehenden Informationsquellen und Hilfsmittel, wie Lehrbücher, Internet, grafischen Taschenrechner (GTR) und Excel-Tabellen, zielgerichtet einzusetzen.

### Voraussetzungen für den Einsatz der Materialien

Fast alle Materialien dienen der Festigung und Anwendung. Sie setzen also voraus, dass Sie die entsprechenden Inhalte vorher vermittelt haben. Eine Ausnahme bilden die Materialien **M 1** und **M 2**, die für die Erarbeitung (bzw. Wiederholung) des Differenzen- bzw. Differenzialquotienten gedacht und als Selbstlernmaterial konzipiert sind. Zur grafischen Veranschaulichung empfiehlt sich ein Computer.

Bei allen Materialien ist der sichere Umgang mit dem grafischen Taschenrechner (GTR), z. B. bei der Bestimmung von Extrema, Ableitungen, Integralen, Tangenten, ... und beim Lösen von Gleichungen, Voraussetzung (hier verwendet: TI-84).

### Minimalplan

Der Zeitumfang für die Bearbeitung der Materialien beträgt in der Regel 45 Minuten, hängt aber stark von den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler ab, problemorientierte Aufgaben zu lösen.

Mit Ausnahme der Materialien **M 1** und **M 2** kann man die Aufgaben bzw. Beispiele losgelöst voneinander bearbeiten. Damit sind sie auch gut zur Binnendifferenzierung geeignet.

## Auf einen Blick

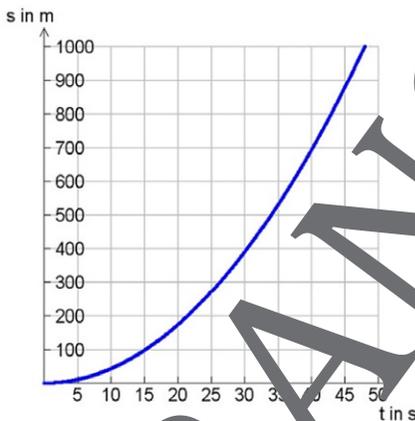
---

### Auf den Spuren von Leibniz – Anwendung der Differenzialrechnung

- M 1** Von der Durchschnitts- zur Momentangeswindigkeit – Differenzen- und Differenzialquotient
- M 2** Differenzen- und Differenzialquotient auf einen Blick
- M 3** Im Gelände – Die 1. Ableitung anwenden
- M 4** Mal langsam und mal schnell – Ableitung in der Physik
- M 5** Minimum und Maximum – Extremwertaufgaben
- M 6** Kosten und Gewinne – Aufgaben aus der Wirtschaft
- M 7** Überall Veränderungen – Die Differenzialrechnung anwenden
- Benötigt:**  GTR

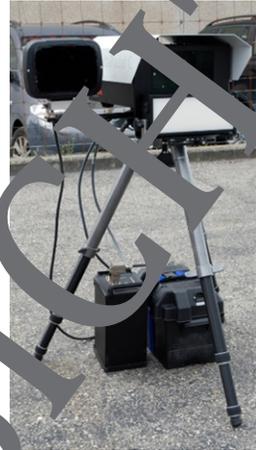
## Aufgaben

- Wie kann man die Geschwindigkeit eines Fahrzeuges bestimmen?
- Ein Pkw legt eine Messstrecke von 1000 m in 48 Sekunden zurück.
  - Berechnen Sie seine Geschwindigkeit in km/h.
  - Für die in a) angegebene Strecke ist eine Geschwindigkeitsbegrenzung von 80 km/h vorgeschrieben. Hat der Fahrer sich an diese Geschwindigkeit gehalten? Begründen Sie.
- Das folgende Weg-Zeit-Diagramm stellt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung dar.



Grafik: Doris Walzowski

- Berechnen Sie die Durchschnitts-geschwindigkeit im Abschnitt von 100 m bis 1000 m bzw. von 100 m bis 500 m.  
Tipp: Lesen Sie die Werte aus dem Diagramm ab.
- Zeichnen Sie die Anstiegsdreiecke und die zugehörigen Geraden in das Diagramm. Wie nennt man diese Geraden?
- Welche Stelle der Durchschnittsgeschwindigkeit soll die Momentangeschwindigkeit am 100 m Messpunkt bestimmt werden. Wie lässt sich eine möglichst genaue Messung realisieren?
- Zeichnen Sie die zugehörige Tangente  $t$  ein. Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit mithilfe des Anstieges der Tangente  $t$  bei  $s = 100$  m. Ein zweiter Punkt der Tangente ist  $(45 | 480)$ .



Radargerät

Foto: Paul-Georg Meister

# Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.  
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online  
14 Tage lang kostenlos!

[www.raabits.de](http://www.raabits.de)

