

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analytische Geometrie Sek. II



Maibaumfest mit Kindervergnügen

Geraden- und Ebenengleichungen anwenden

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der raabe Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900
Fax +49 711 6290-60
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth

Satz: Kaiser MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe

Illustrationen: Schirin Orth

Bindung: Cover-Titel: gabort71 / iStock

Korrekturat: Christin Wollert

Kompetenzprofil

- Niveau: weiterführend
- Fachlicher Bezug: Analytische Geometrie
- Kommunikation: argumentieren und begründen
- Problemlösen: Lösungen angeben
- Modellierung: –
- Medien: –
- Methode: Einzel- oder Partnerarbeit
- Inhalt in Stichworten: Geraden- und Ebenengleichungen und ihre gegenseitige Lage, Längen und Winkel sowie deren Anwendungen

Autor: Alfred Müller

Lösung

1. $A(-2 | -3 | 2)$, $B(-4 | -4 | 4)$

a) Die Punkte O, A und B bestimmen die Ebene E. Es gilt:

$$E: \vec{x} = \vec{o} + \mu \cdot \overrightarrow{OA} + \nu \cdot \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ein Normalenvektor der Ebene E wird mithilfe des Vektorprodukts bestimmt:

$$\vec{n}_E = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = -4 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow E: x_1 + x_3 = 0$$

$$g_1 = \vec{x} = \vec{a} + \sigma \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ mit } C(0 | 0 | 8)$$

$$g_2 = BC : \vec{x} = \vec{b} + \tau \cdot \overline{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- b) Der Winkel α (β) ist derjenige Winkel, der den Winkel, den der Normalenvektor $\overline{n_E}$ der Ebene E mit der Geraden g_1 (g_2) einschließt, zu 90° ergänzt. Es gilt:

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{\overline{n_E} \circ \overline{AC}}{|\overline{n_E}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}}{\sqrt{2} \cdot 7} = \frac{7}{7\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 53,91^\circ$$

$$\cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta = \frac{\overline{n_E} \circ \overline{DE}}{|\overline{n_E}| \cdot |\overline{DE}|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{48}} = \frac{8}{4\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \beta = 54,74^\circ$$

Winkel ε :

$$\cos \varepsilon = \frac{\overline{AC} \circ \overline{BC}}{|\overline{AC}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}}{7 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{44}{28\sqrt{3}} = \frac{11}{7\sqrt{3}} \Rightarrow \varepsilon = 24,87^\circ$$

Fläche des Dreiecks ABC:

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{CB}| = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -12 \\ 16 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{4}{2} \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right| \\ = 2\sqrt{2} \approx 10,20 \text{ m}^2$$