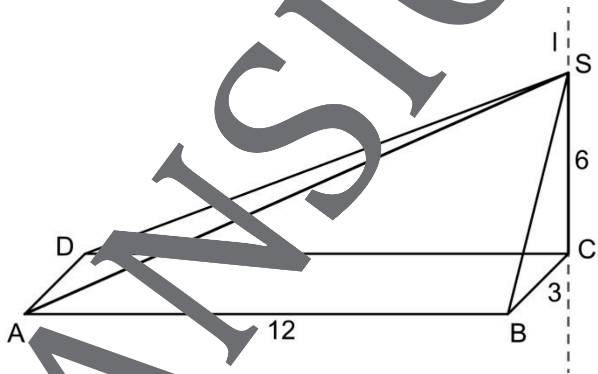
UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analytische Geometrie Sek. II



Vermischte Übungen: Gerade, Ebene und Pyramide

Kurztest

VORANSICHT

RAABE, KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900[illegible]
Fax +49 71[illegible]-60
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: [illegible] Orth
Satz: [illegible]ser MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Illustrationen: Schirin Orth
Bild[illegible] Titel: Schirin Orth
Lektorat: Christin Wollert

VORANSICHT

Name: ______________________ Klasse: ____________ Datum: __________

Vermischte Übungen: Gerade, Ebene und Pyramide

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte A ([illegible] | 4 | [illegible]5), B (7 | –4 | 3), C (9 | –2| 4) und D (5 | 6 | –4) gegeben.

1.

a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g = AB durch die Punkte A und B und zeigen Sie, dass die drei Punkte A, B und D eine Ebene E aufspannen. Bestimmen Sie für E je eine Gleichung in Parameter- und in Normalenform. ___/5 P

b) Untersuchen Sie, ob die Punkte A, B, C, D ein ebenes Viereck bilden. Bestimmen Sie dann die Maßzahl des Innenwinkels $\alpha = \sphericalangle(BAD)$. ___/4 P

c) Zeigen Sie, dass im Viereck ABCD die Seiten [AB] und [DC] parallel zueinander und gleich lang sind. Welche Art Viereck liegt vor? Berechnen Sie dessen Flächeninhalt. ___/5 P

d) Zeigen Sie, dass der Punkt P (1 | 2 | –6) auf der Geraden h = AD liegt. Bestimmen Sie das Teilverhältnis τ, in dem der Punkt P die Strecke [AD] teilt und beschreiben Sie seine Lage in Bezug auf die Punkte A und D anhand einer maßstäblichen Skizze. ___/6 P

e) Bestimmen Sie die Koordinaten der beiden Punkte Q_1, Q_2 auf der Geraden g = AB, die vom Punkt P (1 | 2 | –6) die Entfernung $3\sqrt{[illegible]}$ LE besitzen. Welchen Flächeninhalt A_Δ besitzt das Dreieck Q_1Q_2P? ___/6 P

VORANSICHT

2. Im Punkt C wird die Lotgerade ℓ zur Ebene E errichtet.

   a) Fertigen Sie eine Skizze an, die alle bisherigen Ergebnisse enthält. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S (s_1 | s_2 | s_3) auf ℓ, der vom Punkt C die Entfernung 8 LE besitzt, wobei die Koordinate $s_2 = 0$ sein soll. ___/6 P

   b) Bestimmen Sie die Oberfläche der Pyramide ABCDS sowie deren Volumen auf zwei verschiedene Arten. ___/8 P

Punktzahl insgesamt: ___/40 P

Notenschlüssel

40 - 39	38 - 37	36 - 35	34 - 33	32 - 31	30 - 29	28 - [illegible]	26 - [illegible]	24 - [illegible]	22 - [illegible]	20 - 19	18 - 17	16 - 14	13 - 11	10 -9	8 - 0
15	14	13	12	11	10	9	[illegible]	7	6	5	4	3	2	1	0
1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6

VORANSICHT

Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Analytische Geometrie
- Kommunikation: argumentieren, begründen
- Problemlösen: Lösungen erarbeiten
- Modellierung: –
- Medien: –
- Methode: Einzelarbeit
- Inhalt in Stichworten: Punkt, Teilverhältnis, Gerade, Ebene, Pyramide

Autor: Alfred Müller

Lösung

1. A (3 | 4 | –5), B (7 | –4 | 3), C (9 | [illegible] | 4), D (5 | 6 | –4)

   a) Gerade g = AB: $\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\4\\-5\end{pmatrix} + \rho\cdot\begin{pmatrix}4\\-8\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\4\\-5\end{pmatrix} + \rho\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$

   D in g:
   1. $5 = 3 + \rho$
   2. $6 = 4 - 2\rho$
   3. $-4 = -5 + 2\rho$

   ———————————————

   aus 1: $\rho = 2 \wedge$ aus 2: $\rho = -1$ Widerspruch!

   $\Rightarrow$ D liegt nicht auf g, d. h., die Punkte A, B und D bestimmen eine Ebene E.

   E: $\vec{x} = \vec{a} + \rho\cdot\overrightarrow{AB} + \mu\cdot\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix}3\\4\\-5\end{pmatrix} + \rho\cdot\begin{pmatrix}4\\-8\\8\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$

VORANSICHT

Einen Normalenvektor der Ebene E erhält man mithilfe des Kreuzprodukts der beiden Richtungsvektoren von E:

$$\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 12 \\ 24 \end{pmatrix} = -12 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{E: } \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = 6 - 4 + 10 = 12$$

$\Rightarrow$ E: $2x_1 - x_2 - 2x_3 - 12 = 0$

b) Die vier Punkte A, B, C und D bilden ein ebenes Viereck, wenn der Punkt C in der von A, B, D aufgespannten Ebene E liegt.

C in E:
$18 + 2 - 8 - 12 = 0$ w. $\Rightarrow C \in E \Rightarrow$ ebenes Viereck ABCD.
Innenwinkel $\alpha = \sphericalangle(BAD)$:

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AD}\right|} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}{12 \cdot 3} = \frac{8-16+8}{36} = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = 90°$$

c) $$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{16+64+64} = \sqrt{144} = 12 \text{ LE}$$

$$\left|\overrightarrow{DC}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix}\right| = 12 \text{ LE}$$

Wegen $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ sind die Seiten [AB] und [DC] parallel und gleich lang. Wegen $\alpha = \sphericalangle(BAD) = 90°$ ist das Viereck ABCD ein Rechteck.

VORANSICHT