

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analytische Geometrie Sek. II

Fadolino 1

Bestimmen Sie die Lage der Geraden

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$ bzgl. der Geraden h_1, \dots, h_6 .

$h_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4,5 \\ 6,5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	identisch
$h_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2,5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	echt parallel
$h_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,25 \\ 2,5 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	sich schneidend, $g \perp h$
$h_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	sich schneidend, $g \not\perp h$
$h_5: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	windschief
$h_6: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$	

• Ende

Wie war das noch?

Lagebeziehungen mit Fadolinis wiederholen

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 59 Abs. 1b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in sonstiger Weise öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der raabe Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABe@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Susanne Oth

Satz: Raster MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe

Illustrationen: Günther Weber

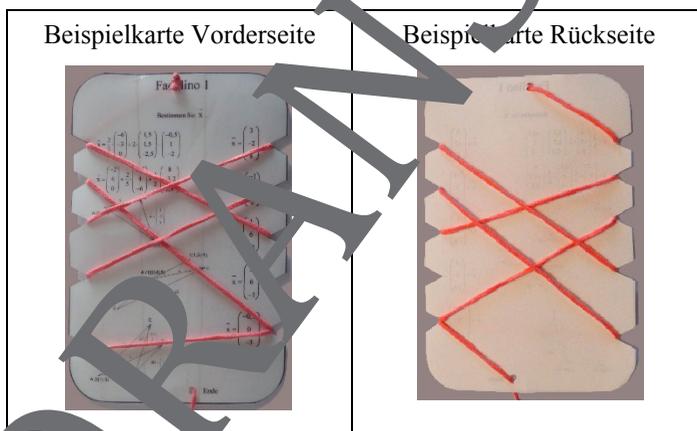
Bildnachweise: Titel: Günther Weber

Lektorat: Daniel Fässler

Wie war das noch? – Lagebeziehungen mit Fadolinis wiederholen

Vorbereitung: Die Karte wird laminiert und ausgeschnitten, bei jeder Aufgabe und bei jeder Lösung wird die Markierung herausgeschnitten, sodass eine Kerbe entsteht. Anschließend wird die Karte oben und unten gelocht. Der Faden wird durch das mittlere "O" des Wortes Fadolino von vorn nach hinten durch die Karte geführt und vorn befestigt.

Durchführung: Der Faden wird auf der Rückseite zur 1. Aufgabe (1. Kerbe von oben) gezogen und in die Kerbe eingehängt. Nun wird die Lösung auf der rechten Seite gesucht, der Faden dort in die Kerbe gezogen. Der Faden wird auf der Rückseite zur 2. Aufgabe (2. Kerbe von oben) gezogen. Auf der Vorderseite wird der Faden dann wieder zur Lösung (Kerbe auf der rechten Seite) fortgeführt usw. Am Ende wird der Faden von der Lösung der letzten Aufgabe durch das Loch beim Wort „Ende“ von hinten nach vorn durch die Karte gezogen.



Anmerkung: Der Fadenverlauf ist nur beispielhaft

Kontrolle: Die Karte wird umgedreht und anhand des Verlaufs des Fadens auf der Rückseite wird kontrolliert, ob die Aufgaben richtig gelöst wurden. Dies geschieht, indem die Karte mit der ausgelegten Lösung verglichen wird. Stimmt der Fadenverlauf nicht mit der Lösung überein, so kann der Faden (teilweise) gelöst und erneut gezogen werden. Bei erneutem falschen Fadenlauf kann die richtige Lösung vom Fadenverlauf übernommen und anschließend überlegt werden, warum dies so ist.

Hinweis: Es kann vorkommen, dass mehrere Aufgaben die gleiche Lösung haben – der Faden wird also mehrmals durch die Kerbe auf der rechten Seite geführt – oder dass angegebene Lösungen nicht vorkommen – es wird auch kein Faden durch die Kerbe auf der rechten Seite gezogen.

Einsatz: Der Einsatz der Karten ist vorwiegend zur Wiederholung zum selbsttätigen Lernen oder zur Selbstkontrolle gedacht. Dies geschieht meistens in Einzelarbeit, die Arbeit kann aber auch in Partnerarbeit durchgeführt werden. Denkbar ist auch ein Wettbewerb, sodass mehrere Schüler zusammenarbeiten können. Vergleichbar zum Spiel *Stadt – Land – Fluss* hören alle Schüler der Gruppe auf, wenn der erste Schüler fertig ist. Bei der Auswertung bekommt man für die richtige Lösung je Aufgabe eine bestimmte Anzahl von Punkten, evtl. werden Punkte bei falschen Antworten abgezogen. Die Bearbeitung der Aufgaben sollte (vorwiegend) ohne GTW oder CAS erfolgen. Sie können somit auch als Vorbereitung für die Bearbeitung hilfsmittelfreier Teile bei Klausuren angesehen werden.

In der nachfolgenden Tabelle finden Sie die Karten zu den Themengebieten:

Karte	Themengebiet
Fadolino 1	Lagebeziehung von Geraden
Fadolino 2	Lagebeziehung Punkt – Strecke – Halbgerade
Fadolino 3	Lagebeziehung Punkt – Dreieck
Fadolino 4	Lagebeziehung Gerade – Ebene
Fadolino 5	Lagebeziehung Ebene – Ebene

Fadolino 1

Bestimmen Sie die Lage der Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R} \text{ bzgl. der Geraden } h_1, \dots, h_6.$$

$$h_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -14,5 \\ -6,5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

identisch

$$h_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2,5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

echt parallel

$$h_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,25 \\ 2,5 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

sich schneidend,
 $g \perp h$

$$h_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

sich schneidend,
 $g \not\perp h$

$$h_5: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

windschief

$$h_6: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

● Ende

Fadolino 2

Der Punkt P liegt auf der Geraden durch die Punkte A und

B. Untersuchen Sie, ob der Punkt P auf der Strecke AB liegt
oder auf den von A bzw. B ausgehenden Halben Geraden liegt.

$$A(2 \mid 3 \mid -1), B(-2 \mid 1 \mid 3), \\ P(-1 \mid 1,5 \mid 2)$$

$$A(6 \mid 2 \mid -7), B(-4 \mid -3 \mid -3), \\ P(-6 \mid -4 \mid -2,2)$$



$$A(1 \mid -2 \mid 1), B(4 \mid -1 \mid -3), \\ P\left(-1 \mid -\frac{8}{3} \mid \frac{11}{3}\right)$$

$$A(-0,4 \mid -0,2 \mid 1,3), B(2,1 \mid -3,2 \mid -0,7), \\ P(0,6 \mid -1,4 \mid 0,5)$$



$$A(0,6 \mid 1,8 \mid -1,2), B(-5 \mid -1,8 \mid -1,2), \\ P(-2,2 \mid -5 \mid 2)$$

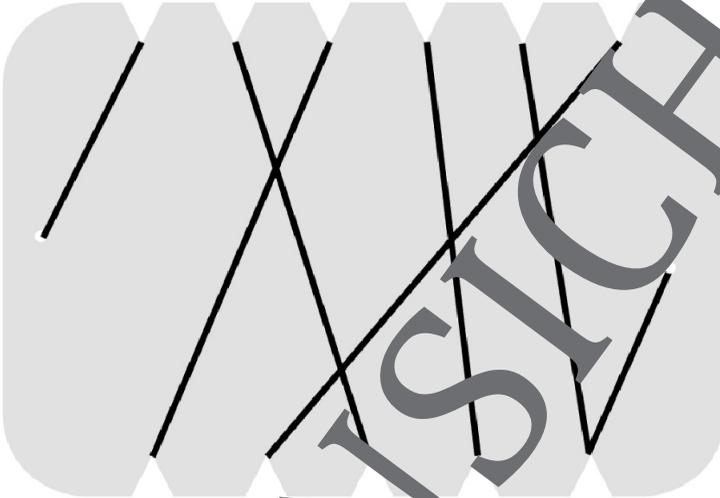
$$A(27 \mid 36 \mid -1), B(15 \mid -18 \mid -12), \\ P(15 \mid 45 \mid 23)$$



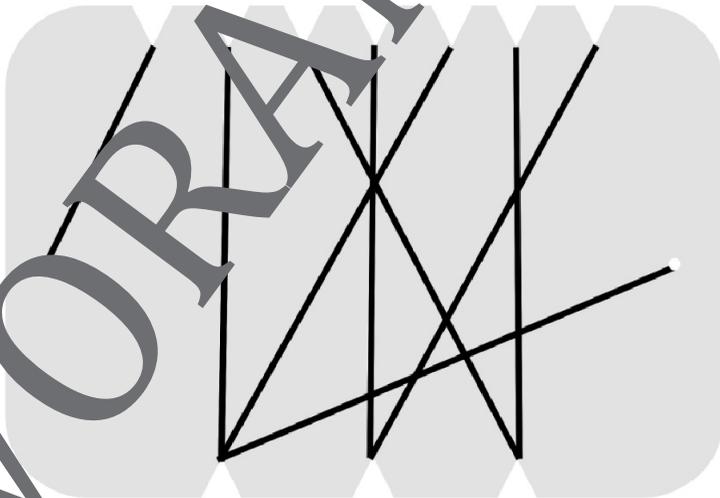
$$A(-5 \mid 0,5 \mid 1,5), B(-2,5 \mid -3,5 \mid -2), \\ P(-2,75 \mid -1 \mid -1,95)$$

● Ende

Rückseite Fadolino 1



Rückseite Fadolino 2



VORANSICHT

Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Geometrie
- Kommunikation: Vermutungen äußern; Ergebnisse vorstellen
- Problemlösen:
 - Modellierung: Modell entwickeln und vergleichen
 - Medien: Fadolino-Karten
 - Methode: Einzelarbeit/Partnerarbeit/Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Lagebeziehung von Geraden, von Gerade und Ebene bzw. von Ebene und Ebene, Lagebeziehung eines Punktes zu Strecke, Halbgerade bzw. Dreieck

Autor: Günther Weber

Lösungen

Fadolino 1: Lagebeziehung von Geraden

Die Untersuchung der Lagebeziehung erfolgt in folgenden Schritten:

Zwei Geraden sind **parallel**, wenn die Richtungsvektoren der Geraden kollinear sind. Parallele Geraden sind **identisch**, wenn der Anbindungspunkt der einen Geraden auf der anderen Geraden liegt.

Zwei Geraden **schneiden** sich in einem Punkt, wenn das durch Kombination der Geradengleichung entstehende Gleichungssystem eindeutig lösbar ist.

Zwei sich schneidende Geraden stehen **senkrecht** aufeinander, wenn das Skalarprodukt der Richtungsvektoren gleich Null ist.

Zwei Geraden, die sich nicht schneiden und die nicht parallel sind, sind **windschief**.

Anmerkung: Alternativ kann auch in folgenden Schritten vorgegangen werden. Kombinieren Sie die Geradengleichungen und löst das entstehende Gleichungssystem, so gibt es bei einer eindeutigen Lösung einen Schnittpunkt und bei unendlich viele Lösungen sind die Geraden identisch. Gibt es keine Lösung, so sind die Geraden entweder linear abhängigen Richtungsvektoren parallel ansonsten windschief.

Kerbe 1: $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow g \text{ und } h_1 \text{ sind nicht parallel}$

$$\text{I} \quad 2 - r = 2s$$

$$\text{II} \quad -1 + 2r = 14,5 + 3s$$

$$\text{III} \quad 3 + 4r = -6,5 - s$$

$$\text{I} + 2 \cdot \text{III}: \quad 8 + 7r = -13 \quad \Rightarrow r = -3$$

$$r = -3 \text{ in I:} \quad 2 - (-3) = 2s \quad \Rightarrow s = 2,5$$

$$\text{Probe mit III:} \quad 3 - 12 = -6,5 - 2,5 \\ -9 = -9 \quad (\text{OK})$$

$\Rightarrow g$ und h_1 schneiden sich (im Punkt $S(5 \mid -7 \mid -9)$).

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = -2 + 6 - 4 = 0$$

Die Geraden g und h_1 schneiden sich **senkrecht**.

Kerbe 2: $\begin{pmatrix} 2,5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix} = -2,5 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow g \text{ und } h_2 \text{ sind parallel}$

Parallele Geraden sind **identisch**, wenn der Anbindungspunkt der einen Geraden auf der anderen Geraden liegt.

$$\text{I} \quad 2,5 = 2,5 - r = -3 \Rightarrow r = -3$$

$$\text{II} \quad -5 = -5 - 1 + 2r \Rightarrow r = -3$$

$$\text{III} \quad -9 = -9 + 4r \Rightarrow r = -3$$

Die Geraden g und h_2 sind **identisch**.

Kerbe 3: $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow g \text{ und } h_3 \text{ sind nicht parallel.}$

I $2 - r = 0,25 - s$

II $-1 + 2r = 2,5 + 2s$

III $3 + 4r = -2 \Rightarrow r = -1,25$

$r = -1,25$ in I: $2 + 1,25 = 0,25 - s \Rightarrow s = -3$

Probe mit II: $-1 - 2,5 = 2,5 - 6$
 $-3,5 = -3,5 \quad (w)$

$\Rightarrow g$ und h_3 schneiden sich (im Punkt $S(3,25 \mid -5 \mid -2)$).

$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 + 4 + 0 = 5 \neq 0$

Die Geraden g und h_3 schneiden sich, **nicht senkrecht.**

Kerbe 4: $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow g \text{ und } h_4 \text{ sind nicht parallel}$

I $2 - r = 1 + s$

II $-1 + 2r = -1 + s$

III $3 + r = 3 + s$

I + II: $1 + r = 0 \Rightarrow r = -1$

$r = -1$ in I: $3 = 1 + s \Rightarrow s = 2$

Probe mit III: $3 + 2 = 3 - 4 \quad (f)$

\Rightarrow Die Geraden g und h_4 sind **windschief.**

Dieses Werk ist Bestandteil der Reihe RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß §60b UrhWissG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung herunterzuladen, zu speichern und in Klassensatzstärke auszudrucken. Jede darüber hinausgehende Nutzung sowie die Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlags. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig. Darüber hinaus sind Sie nicht berechtigt, Copyrightvermerke, Markenzeichen und/oder Eigentumsangaben des Werks zu verändern.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de