

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analytische Geometrie Sek. II



Pfeile und Vektoren

Definitionen und Aufgaben

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 52 Abs. 2 Nr. 1 UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassenstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in sonstiger Weise öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Raabe-Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABe@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Susanne Oth

Satz: Raster MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe

Illustrationen: Dr. Jürgen Leitz

Bildnachweise: Titel: MarsBars/Getty Images Plus/E+

Lektorat: Mona Hitznauer

Pfeile und Vektoren

Vektoren – geometrisch und algebraisch

In der Abbildung 1 ist die Verschiebung eines Würfels im \mathbb{R}^3 anschaulich

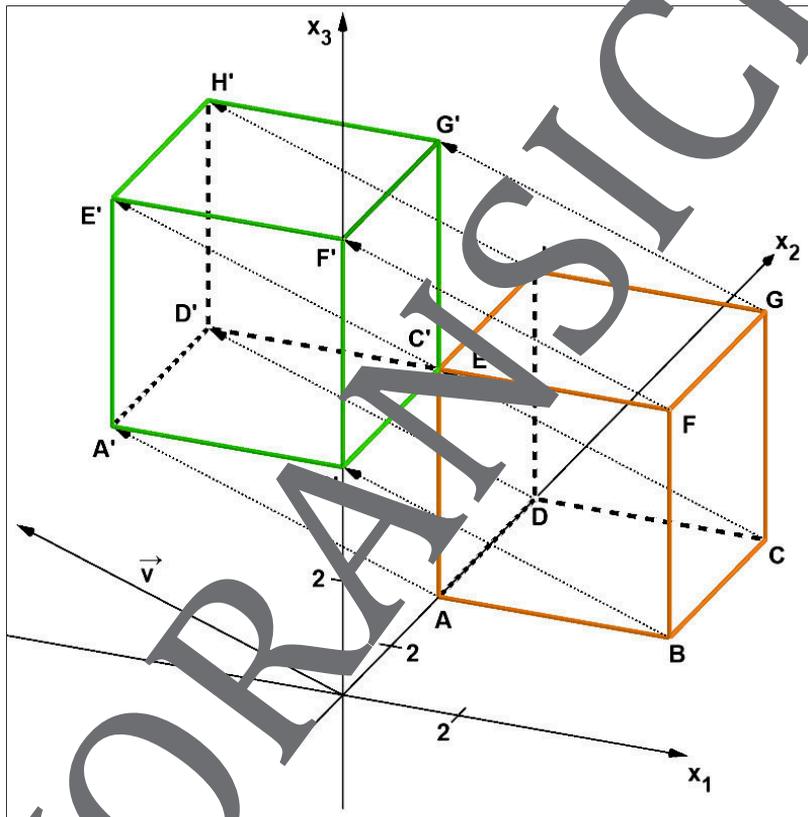


Abb. 1

Vergleichen Sie die einzelnen acht Verschiebungspfeile. Zu welcher Aussage kommen Sie?

Lösung

- Alle Pfeile beschreiben ein- und dieselbe Verschiebung
- Alle Pfeile sind durch zwei Punkte bestimmt (Anfangs- und Endpunkt)
- Alle Pfeile sind zueinander parallel
- Alle Pfeile sind gleich lang
- Alle Pfeile haben dieselbe Richtung (gekennzeichnet durch die Pfeilspitze)

$$\Rightarrow \text{Verschiebungsmatrix } V = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \stackrel{\text{Def}}{=} \text{Vektor } \vec{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Definition

Ein **Vektor** im \mathbb{R}^3 ist ein Zahlentripel der Form $\vec{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

x_1 , x_2 und x_3 heißen **Koordinaten** des Vektors.

Sie stellen die Verschiebungseinheiten des Vektors \vec{v} in Richtung der Koordinatenachsen dar.

Alle Pfeile, die parallel zueinander, gleich lang und gleichgerichtet sind, stellen Repräsentanten eines solchen Vektors dar.

Bemerkung: Ein Vektor in der Ebene hat entsprechend nur zwei Koordinaten als Zahlenpaar:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

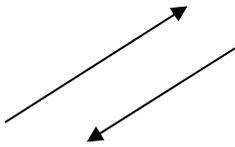
In den folgenden werden Betrachtungen im \mathbb{R}^3 vorgenommen.

Da \mathbb{R}^2 ein Unterraum von \mathbb{R}^3 ist, gelten diese auch für \mathbb{R}^2 . Der Vektor wird durch einen Pfeil gekennzeichnet. Pfeile werden durch ihre Begrenzungspunkte (Anfangs- und Endpunkt) bezeichnet.

In Abb. 1 haben die Pfeile $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, ..., $\overline{HH'}$ jeweils die gleiche Richtung, die gleiche Länge und sind parallel zueinander.

Jeder dieser Pfeile kennzeichnet den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Gegenvektor



entgegengesetzt gerichtet



gleich gerichtet

Parallele Pfeile sind gleichgerichtet, wenn die Pfeilspitzen auf derselben Seite sind.

Definition

Ein Vektor \vec{u} heißt **Gegenvektor** zu einem anderen Vektor \vec{v} genau dann, wenn beide Vektoren gleich lang, parallel zueinander und entgegengesetzt gerichtet sind. In Analogie zu entgegengesetzten rationalen Zahlen (Gegenzahlen) verwendet man auch hier das Minuszeichen („-“):

Mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ ist $\vec{u} = -\vec{v} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix}$ ein Gegenvektor von \vec{v} .

Beispiel:

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist Gegenvektor zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und umgekehrt

⇒ Koordinaten von Gegenvektoren sind entgegengesetzte Zahlen (Gegenzahlen).

Aufgaben

1. a) Geben Sie an, welche der auf dem Quader eingezeichneten Pfeile zum Vektor \vec{v} gehören.

(1) $\vec{v} = \overline{HE}$

(2) $\vec{v} = \overline{AH}$

(3) $\vec{v} = \overline{EA}$

(4) $\vec{v} = \overline{GH}$

(5) $\vec{v} = \overline{AC}$

(6) $\vec{v} = \overline{BD}$

- b) Begründen Sie, warum die Pfeile \overline{BE} und \overline{HC} nicht zum selben Vektor gehören.

2. Zeichnen Sie in den Quader alle Pfeile ein, die zum jeweiligen Vektor gehören.

a) $\vec{u} = \overline{AD}$

b) $\vec{v} = \overline{CA}$

c) $\vec{w} = \overline{CH}$

d) $\vec{z} = \overline{FE}$

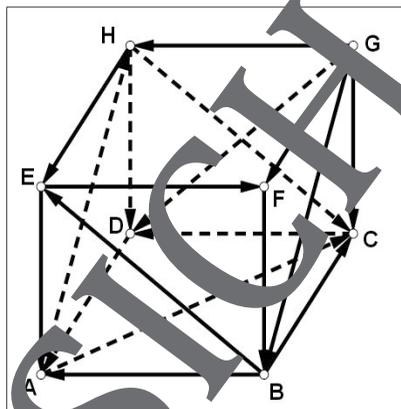


Abb. 5

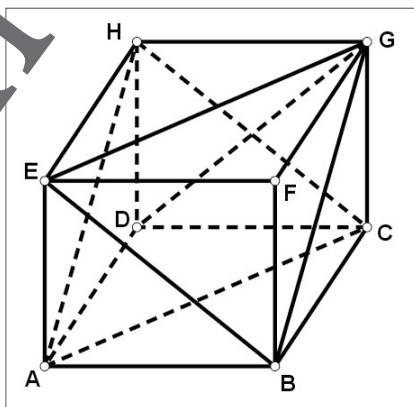


Abb. 6

Kompetenzprofil

- Niveau: einführend
- Fachlicher Bezug: Analytische Geometrie
- Kommunikation: begründen, argumentieren
- Problemlösen: Darstellung verwenden
- Modellierung: -
- Medien: Farbfolie
- Methode: Einzel-, Partnerarbeit
- Inhalt in Stichworten: Pfeile und Vektoren, Gegenvektor, Punkte und Ortsvektor, Betrag (Länge) eines Vektors

Autor: Dr. Jürgen Leitz

Lösung

1. a) (1) \overline{HE} , \overline{GF} , \overline{DA}

(2) \overline{AH} , \overline{BG}

(3) \overline{EA} , \overline{FB} , \overline{GC} , \overline{HD}

(4) \overline{GH} , \overline{CD} , \overline{BA}

(5) \overline{AC} , \overline{EG}

(6) **keiner**

- b) Die Vektoren \overline{BF} und \overline{HC} sind zwar parallel und gleich lang, haben aber verschiedene oder entgegengesetzte Richtungen (sind Gegenvektoren).

2.

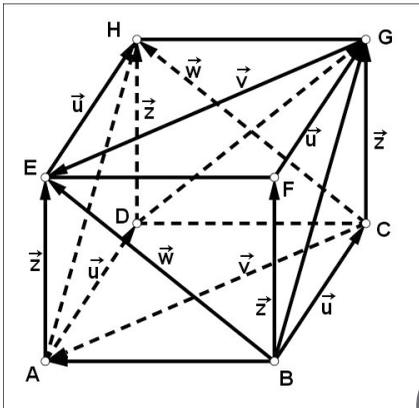


Abb. 7

3. a) $A(-3|2) \Rightarrow \overline{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Ortsvektor von Punkt A

$B(1|-4) \Rightarrow \overline{OB} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ als Ortsvektor von Punkt B

$C(1|0|-2) \Rightarrow \overline{OC} = \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ als Ortsvektor von Punkt C

$D(-3|5|0) \Rightarrow \overline{OD} = \vec{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Ortsvektor von Punkt D

Dieses Werk ist Bestandteil der Reihe RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß §60b UrhWissG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung herunterzuladen, zu speichern und in Klassensatzstärke auszudrucken. Jede darüber hinausgehende Nutzung sowie die Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlags. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig. Darüber hinaus sind Sie nicht berechtigt, Copyrightvermerke, Markenzeichen und/oder Eigentumsangaben des Werks zu verändern.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de