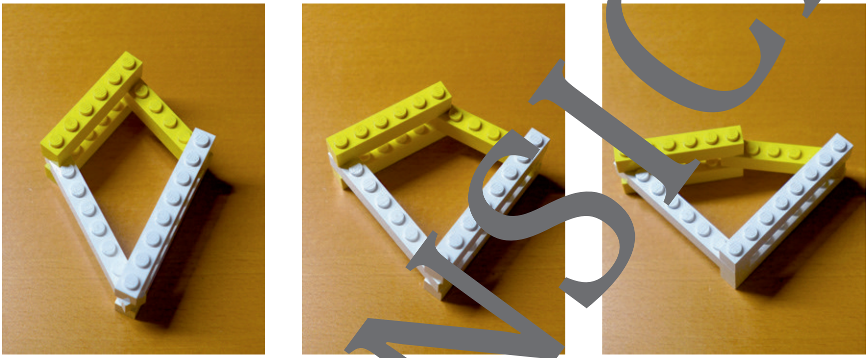
Bewegliche Drachenvierecke – mathematisch modellieren

von Peter Bunzel



© Peter Bunzel

Mithilfe von Lego-Steinen werden komplexe mathematische Probleme greifbar. In diesem Beitrag beschäftigen sich Ihre Schüler mit beweglichen Drachenvierecken. In diesem Zusammenhang berechnen sie maximale Flächeninhalte.

RAABE
KLASSE SCHULE

Bewegliche Drachenvierecke – mathematisch modellieren

von Peter Bunzel

Kompetenzprofil

Inhalt:	Drachenvierecke, maximaler Flächeninhalt, rechte Winkel, Kreise
Medien:	Lego-Modelle, dynamische Mathematiksoftware
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K 2), mathematisch modellieren (K 3), mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

Bewegliche Drachenvierecke – mathematisch modellieren

Aufgaben

Durch die Angabe von 2 Seitenlängen (5 cm und 7 cm) sind Drachenvierecke nicht eindeutig festgelegt. Einen ersten Eindruck kann man sich zum Beispiel mit Lego-Steinen verschaffen.

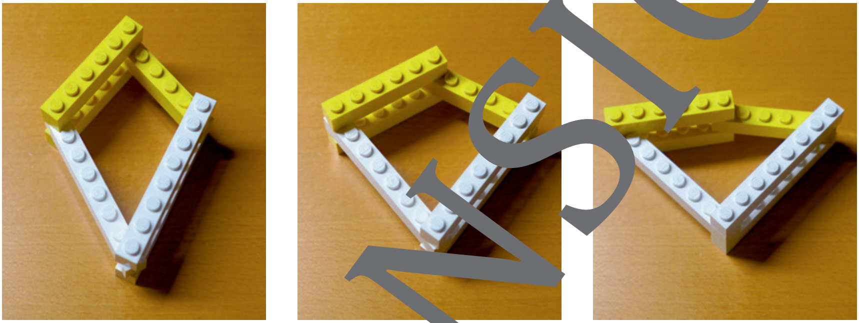


Abb. 1

© Peter Bunzel

1. Gegeben sind Drachenvierecke mit den Kantenlängen 5 cm und 7 cm.
   Die Gesamthöhe der Figuren betrage h (cm); $h \le 12$.
   a) Für welche Werte von h ergeben sich Drachenvierecke?
   b) Welche Formen ergeben sich bei den übrigen Werten von h?

   Hinweise:
   - Verwenden Sie ein geeignetes Koordinatensystem (z. B. untere Spitze im Ursprung und obere Spitze auf der y-Achse).
   - $0 \le h \le 12$ bedeutet, dass die durch die Bauart der Lego-Steine beschränkte Beweglichkeit nicht berücksichtigt werden soll.

2. Welches der Drachenvierecke hat den größten Flächeninhalt? Wie groß ist er? Auf den Nachweis des Maximums wird hier verzichtet.

3. Für welchen Wert von h hat eine der Figuren (mindestens) einen rechten Winkel?

Lösungen

1.

a)

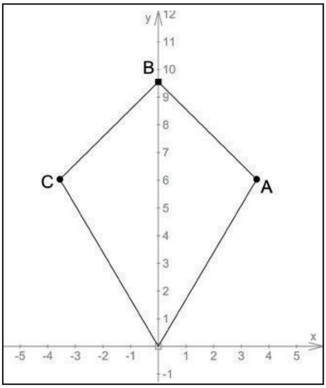


Abb. 2

Der Kreis k_1 hat den Mittelpunkt O [illegible] den Radius 7:

$k_1\colon (x-0)^2+(y-0)^2=7^2 \Leftrightarrow$ [illegible] $+\,y^2 = 49$ (I)

Der Kreis k_2 hat den Mittelpunkt [illegible]$(0 \mid h)$ und den Radius 5

$k_2\colon (x-0)^2+(y-$ [illegible] $)^2=5^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-2hy+h^2$ [illegible] 25 (II)

Die Punkte [illegible] und C sind [illegible] Schnittpunkte der beiden Kreise[illegible]

(I) − (II): $2hy-h^2=24$ [illegible] $2hy=24+h^2$

[illegible] $y = \frac{24+h^2}{2h}$

Drachenvierecke (im üblichen Sinn, oder genauer: konvexe Drachenvierecke) ergeben sich, wenn Punkt B oberhalb der Strecke [AC] liegt und außerdem h < 12 ist.

Im Grenzfall ist $h = y_A$:

$$h=\frac{24+h^2}{2h} \Leftrightarrow 2h^2=24+h^2 \Leftrightarrow h^2=2\text{[illegible]}$$

$\Rightarrow h=\sqrt{24}\approx 4{,}899$ (die negative Lösung entfällt)

Drachenvierecke ergeben sich also für $\sqrt{24}<h<12$.

3.

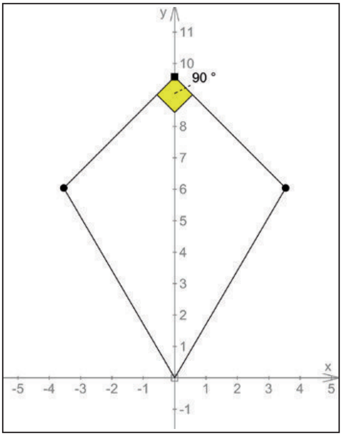


Abb. 5: Fall 1

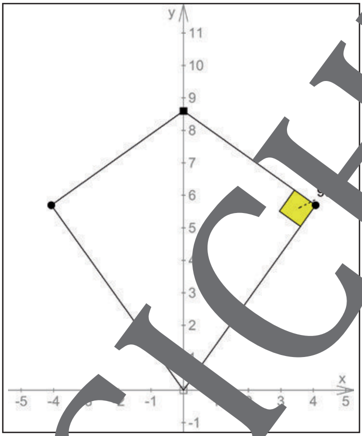


Abb. 6: Fall 2

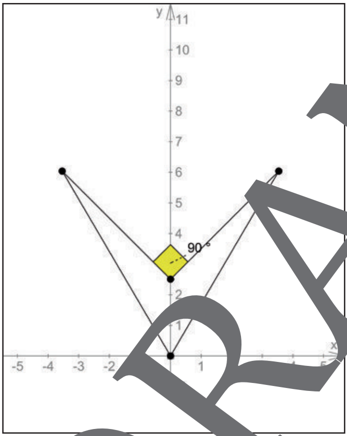


Abb. 7: Fall 3

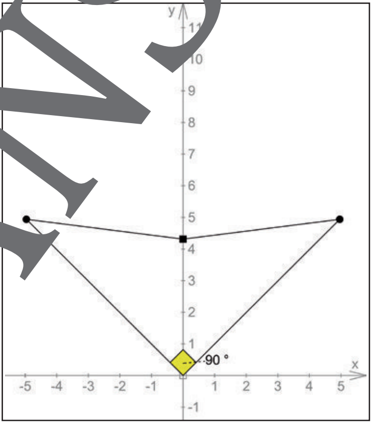
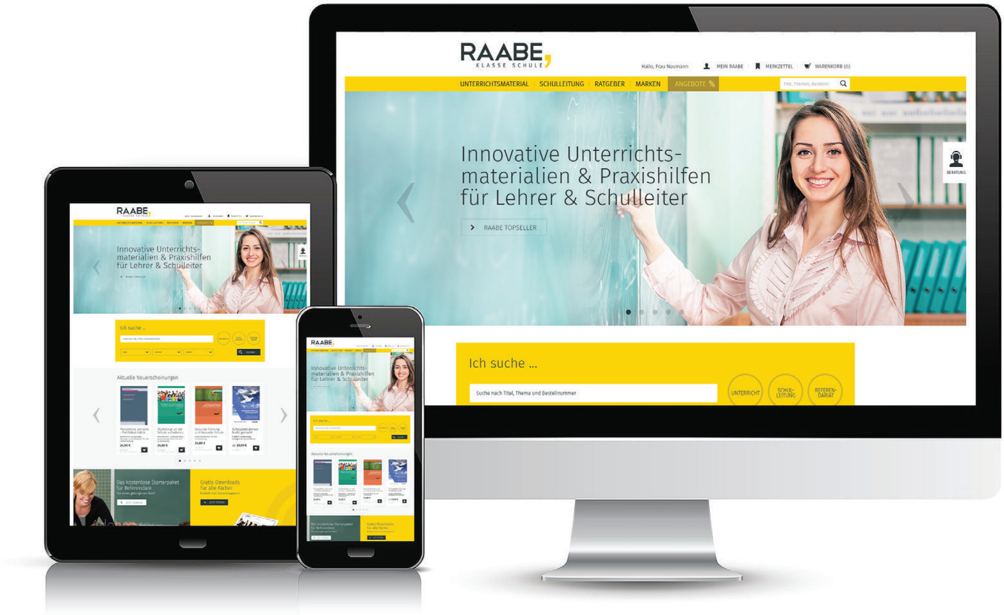


Abb. 8: Fall 4

Der RAABE Webshop:
Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de