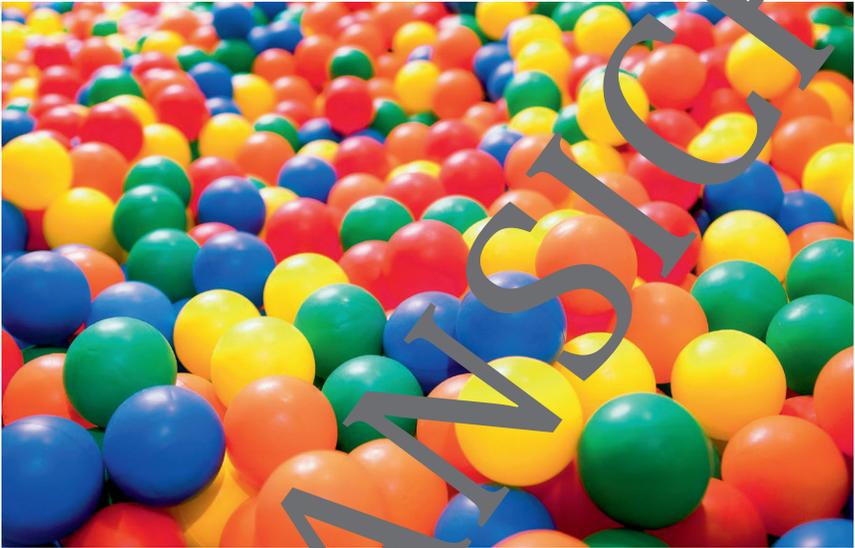


Kugeln, Tangenten und Tangentialebenen

von Alfred Müller



© LordRunar/E+/Getty Images

In diesem Beitrag trainieren Ihre Schüler unter anderem das Aufstellen von Geradengleichungen, das Anwenden der Hesse-Form zur Abstandsbestimmung eines Punktes zu einer Ebene und das Berechnen des Pyramidenvolumens.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Leistung an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einseitig nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jegliches darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu § 60b Abs. 3 UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Prüfungsstellen (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material werden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Group
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
mailto:RAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Irene Dick
Setz: Rösel-MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildmaterial: Titel: LordRunar/E+/Getty Images
Korrektur: Dr. rer. Nat. Yvonne Raden

Kugeln, Tangenten und Tangentialebenen

Aufgaben

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die beiden Ebenen $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0$

und $F: x_1 + x_2 - x_3 = 0$ sowie die Schar von Kugeln $K_r: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 9 \end{pmatrix} \right]^2 = r^2$ mit dem Parameter

parameter r gegeben.

- Die Ebene E ist eine Tangentialebene an einer der Kugeln K_r . Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M dieser Kugel, ihren Radius r sowie die Koordinaten des Berührungspunktes B auf E an.
 - Die Ebenen E und F schneiden sich in einer Geraden s . Bestimmen Sie eine Gleichung von s .
 - Im Punkt B wird die Kugeltangente t parallel zur Ebene F bestimmt. Wie lautet eine Gleichung von t ?
 - Der Punkt M der Kugelschar K_r (Teilaufgabe 1) sei die Spitze einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche, wobei je zwei Ecken auf den Geraden s bzw. t liegen. Berechnen Sie das Volumen einer solchen Pyramide.
2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Kugel $K: \vec{x}^2 = 49$ sowie die

Geradenschar $g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$ gegeben.

- Warum ist der Winkel α , den die Geraden g_a mit der x_1x_2 -Ebene bilden, nicht vom Parameter a abhängig? Wie groß ist α ?
 - Untersuchen Sie zuerst die Lage der Geraden g_{-2} für $a = -2$ zu der Kugel K und dann allgemein die Lage der Geraden g_a in Bezug auf die Kugel K . Für welche Werte von a geben sich Tangenten? Geben Sie die Gleichungen dieser Tangenten an.
 - Eine dieser Tangenten liegt in einer Tangentialebene T an die Kugel. Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangentialebene T .
3. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}^+$ ist der Abstand der Ebene $E_a: ax_1 + \frac{x_2}{\sqrt{a}} + x_3 = 1$ vom Ursprungsursprung O extremal und von welcher Art ist dieser Extremwert?

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de