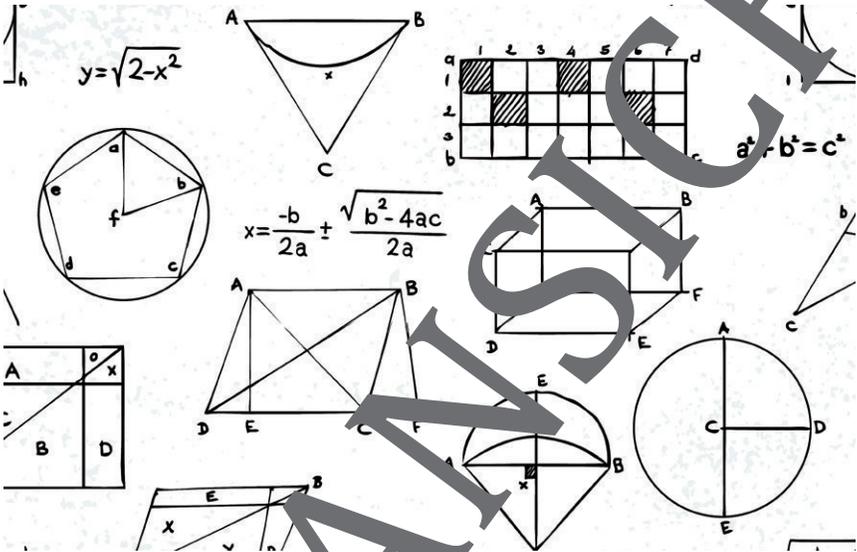


Flächeninhalte von Trapezen

von Günther Weber



© mustafahacalaki/DigitalVision Vectors/Gettyimages

Wie entstehen eigentlich Flächenformeln? Denkt sich die jemand einfach aus? Und warum funktionieren sie manchmal nur für bestimmte Fälle und für andere nicht? In diesem Beitrag beantworten sich diese Fragen selbst, indem sie sich intensiv mit Trapezen und den Möglichkeiten der Vektorrechnung auseinandersetzen. Richtiges Tüfteln, kreative Arbeit und synergisches Zusammenarbeiten sind gefragt.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das ausschließliche, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen und darüberhinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu § 60b Abs. 3 UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Prüfungsstätten (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material werden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
mailto:info@raabe.de
www.raabe.de

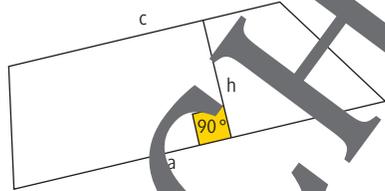
Redaktion: Irene Dick
Verlag: Rosen MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildrechte: Titel: mustafahacalaki/DigitalVision Vectors/Gettyimages
Lektorat: Mona Hitznauer

Formeln und Hilfen

Der Flächeninhalt eines Trapezes

Der Flächeninhalt eines Trapezes mit den parallelen Seiten (Grundseiten) a und c und der Höhe h berechnet sich nach der Formel

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$



Der Flächeninhalt eines Dreiecks

Der Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Grundseite g und der zugehörigen Höhe h berechnet sich nach der Formel

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

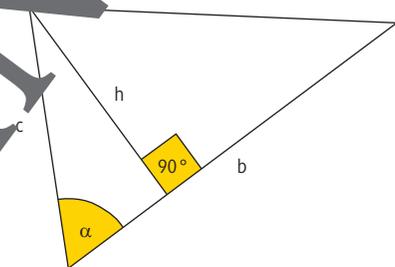
bzw. im nebenstehenden Beispiel mit der Grundseite b :

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

Es ist

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \cdot \sin(\alpha) \text{ und damit}$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(\alpha)$$



Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkt der Längen zweier Dreiecksseiten und dem Sinus des zwischen den Seiten eingeschlossenen Winkels.

Aufgaben

- Gegeben sind die Punkte $A(5 | -3 | 4)$, $B(1 | 5 | -4)$, $C\left(-\frac{1}{3} \mid \frac{5}{3} \mid -\frac{2}{3}\right)$ und $D(1 | -1 | 2)$.
 - Zeichnen Sie die vier Punkte in ein räumliches Koordinatensystem und verbinden Sie diese in der angegebenen Reihenfolge.
 - Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein gleichschenkliges Trapez ist.

- Im Folgenden finden Sie einige Formeln zur Berechnung des Flächeninhalts eines gleichschenkligen (symmetrischen) Trapezes mit den Grundseiten \overline{AB} und \overline{CD} . Verdeutlichen Sie jeweils die Formeln durch Skizzen und leiten Sie den Nennerweg davon ab.

Berechnen Sie dann damit den Flächeninhalt des Trapezes aus Aufgabe 1.

$$a) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot |\overline{M_{AB}M_{CD}}|$$

M_{AB} und M_{CD} sind die Mittelpunkte der Grundseiten \overline{AB} und \overline{CD} .

$$b) A = \frac{1}{2} \cdot |(\overline{AB} + \overline{DC}) \times \overline{AD}|$$

$$c) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot \sin(\alpha) \cdot |\overline{AD}|$$

α ist der Winkel zwischen den Vektoren \overline{AB} und \overline{AD} .

$$d) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot \sqrt{|\overline{AD}|^2 - \left(\frac{|\overline{AB}| - |\overline{CD}|}{2}\right)^2}$$

$$e) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cdot \sin(\alpha) + |\overline{CB}| \cdot |\overline{CD}| \cdot \sin(180^\circ - \alpha))$$

α ist der Winkel zwischen den Vektoren \overline{AB} und \overline{AD} .

$$f) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot |\overline{DL_f}|$$

L_f ist der Lotfußpunkt des Lotes von D auf die Gerade durch die Punkte A und B.

$$g) A = \frac{1}{2} \cdot (|\overline{AB}| + |\overline{CD}|) \cdot \frac{|\overline{AB} \times \overline{AD}|}{|\overline{AB}|}$$

- Bestimmen Sie, welche der in Aufgabe 2 angegebenen Formeln nicht für die Berechnung des Flächeninhaltes eines beliebigen Trapezes genommen werden können.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de