

Zwei sich berührende Quadrate

von Dr. Wilfried Zappe



© Colourbox

Obwohl sich die Quadrate nur an einem Punkt berühren, entstehen geheimnisvolle Zusammenhänge. Die Geometrie überrascht immer wieder mit ihrer eigenen Schönheit und lässt Staunen. Schritt für Schritt lösen die Lernenden die Rätsel rund um die Eigenschaften von zwei sich berührenden Quadraten, mit den Werkzeugen der Algebra, analytischen Geometrie oder auch mithilfe von CAS.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Seite 1

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einschlägige, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüberhinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichtsmaterial und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in einer sonst öffentlich zugänglichen Weise eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

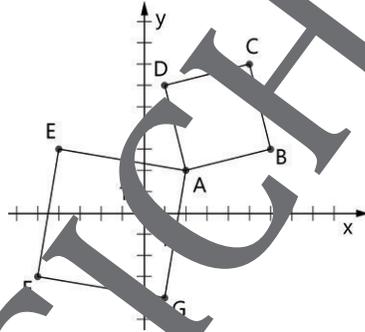
Dr. Josef Raabe Verlag GmbH
Ein Unternehmen der Kleinfachgruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Irene Dick
Satz: Röhr Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: Colourbox
Illustrationen: Mona Hitznauer
Lektorat: Mona Hitznauer

Wiederholung

Übungsaufgaben mit ausführlicher Lösung:

- Gegeben sind zwei sich an einer Ecke berührende Vierecke ABCD und AEFG. Alle Eckpunkte haben ganzzahlige Koordinaten.
 - Lesen Sie die Koordinaten der Eckpunkte der beiden Vierecke ab und geben Sie diese an.
 - Beurteilen Sie, ob die folgende Beschreibung geeignet ist, um nachzuweisen, dass diese Vierecke sogar Quadrate sind.



Ida: „Mit dem Satz des Pythagoras können die Seitenlängen der Vierecke berechnen. Wenn die Seitenlängen für jedes Viereck gleich sind, dann ist jedes Viereck ein Quadrat.“

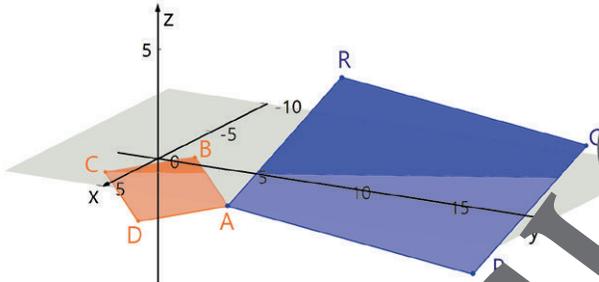
Trung: „Nein, das reicht nicht aus. Du musst außerdem auch nachweisen, dass jeder Innenwinkel in den Vierecken eine Größe von 90° hat.“

Mila: „Ja, Trung hat das Prinzip recht, aber eigentlich müsste es doch reichen, wenn man für jedes Viereck nur für genau einen Winkel überprüft, ob er ein rechter Winkel ist.“

- Zeigen Sie, dass jedes der Vierecke ABCD und AEFG ein Quadrat ist.
- Begründen Sie, dass $M\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{9}{2}\right)$ der Mittelpunkt der Strecke [ED] ist.
- Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte A und M verläuft.
- Überprüfen Sie, ob es stimmt, dass auf der Geraden g sowohl die Seitenhalbierende s des Dreiecks ADE als auch die Höhe h_A des Dreiecks AGB liegt.
- Ermitteln Sie Gleichungen der Geraden durch die Punkte E und B, D und G sowie F und C. Zeigen Sie, dass sich diese drei Geraden in ein und demselben Punkt schneiden und berechnen Sie dessen Koordinaten.

Zwei sich berührende Quadrate im Raum

Gegeben sind die Punkte $A(-1|3|-2)$, $B(2|3|1)$, $C(3|-1|0)$ und $D(0|-1|-3)$.



1. Weisen Sie nach, dass die Punkte A, B, C und D ein Quadrat bilden.
2. Zeigen Sie, dass die Punkte $P(-9|11|-6)$ und $Q(-5|19|2)$ in derselben Ebene wie das Quadrat ABCD liegen.
3. Zeigen Sie, dass die Vektoren \overline{AP} und \overline{PQ} gleich lang und orthogonal zueinander sind.
4. Ermitteln Sie die Koordinaten eines Punktes R, sodass auch die Punkte APQR ein Quadrat bilden.
5. Begründen Sie, dass auf der Geraden g_1 durch den Punkt A und den Mittelpunkt M_1 der Strecke $[BR]$ sowohl eine Seitenhalbierende des Dreiecks ARB als auch die Höhe h_A des Dreiecks ADP liegen.
6. Vergleichen Sie die Flächeninhalte der Dreiecke ARB und ADP.
7. Weisen Sie nach, dass die Mittelpunkte der Seiten $[BR]$ und $[DP]$ sowie die Mittelpunkte der beiden Quadrate ABCD sowie APQR ebenfalls ein Quadrat bilden.
8. Überprüfen Sie folgende Behauptungen bezüglich der Strecken $[BP]$, $[DR]$ und $[CQ]$:
 - Die Strecken haben genau einen Punkt gemeinsam.
 - Zwei der Strecken haben die gleiche Länge.
 - Zwei der Strecken sind orthogonal zueinander.

Hilfsmittel: CAS

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de