Kryptografie

Hannes Stoppel & Benjamin Rott; Gladbeck und Köln
Illustrationen von Dr. W. Zettlmeier, Barbing

© *matejmo/E+/Getty Images Plus*

Mithilfe von Drehungen und Spiegelungen kann man Matrizen beschreiben. Geometrie und Algebra sind also verwandte Disziplinen. Einerseits können Ihre Schüler Berechnungen mit bestimmten Matrizen geometrisch beschreiben. Andererseits lassen sich geometrische Operationen durch Berechnungen bzw. Abbildung darstellen. Bei Drehungen und Spiegelungen sind bei den Berechnungen mit entsprechenden Matrizen erkennt man, dass entgegen typischer Rechenoperationen mit Zahlen *nicht* das Kommutativgesetz gilt.

RAABE
KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Mk. II

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Westermann Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Maria Wittnebel
Satz: Reiser Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: © matejmo/E+/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Lektorat: Maria Hitzenauer, Regensburg
Korrektorat: Johanna Stotz, Wyhl a. K.

Kryptographie

Hannes Stoppel & Benjamin Rott; Gladbeck und Köln
Illustrationen von Dr. W. Zettlmeier, Barbing

Die Schüler können:

verschiedene Verschlüsselungsverfahren, z. B. das Caesar-Verfahren, kennen. Mithilfe von Matrizen beschreiben sie Drehungen und Spiegelungen. Es bietet sich an mit dem CAS von GeoGebra zu arbeiten. Das Modulo-Rechnen wird nebenbei eingeführt.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab = Arbeitsblatt **Tipp** = Hinweise

Thema	Material	Methode
Die Caesar-Verschlüsselung	M1	Ab
Rechnen modulo 31	M2	TA
Drehmatrizen	M3	Ab
Drehung mithilfe von Matrizen	M4	Ab
Übungsaufgaben	M5	Ab
Die Caesar-2-Codierung	M6	Ab
Die Spiegelung mithilfe von Matrizen	M7	Ab
Übungsaufgaben mit Matrizen	M8	Ab
Gestufte Hilfen zu den Aufgaben	M9	Tipp

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.		

Kompetenzprofil

Inhalt: Drehungen, Spiegelungen, Matrizen, Caesar-Kodierung, Modulo-Rechnung, Bogenmaß, Vektor, Sinus, Kosinus

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), Kommunizieren (K6)

Kryptografie – Hinweise

In dieser Unterrichtssequenz geht es um die Beschreibung von **Drehungen** und **Spiegelungen** durch **Matrizen**. Hierbei zeigt sich eine Brücke zwischen der Geometrie und der Algebra. Auf diese Art lassen sich einerseits Berechnungen mit bestimmten Matrizen geometrisch beschreiben. Andererseits lassen sich geometrische Operationen durch Berechnungen bzw. Abbildung darstellen. Bei Drehungen und Spiegelungen und damit bei den Berechnungen mit entsprechenden Matrizen erkennt man, dass entgegen typischer Rechenoperationen mit Zahlen *nicht* das Kommutativgesetz gilt.
Mithilfe der Unterrichtssequenz lässt sich die Rechnung im **Bogenmaß** festigen. Als Nebeneffekt ergibt sich eine Erkundung der **Modulo-Rechnung** auf anschauliche Art. Außerdem können **Sicherheitsstandards verschiedener Kryptosysteme** erkundet und diskutiert werden.

Vorbereitung zur Binnendifferenzierung

Laminieren Sie die **Tipp-Karten** zu den Arbeitsblättern und legen Sie sie auf dem Lehrerpult aus. Tipps auf den Aufgaben sollten Ihren Schülern zur Verfügung stehen, da sie zur Lösung der entsprechenden Aufgaben nötig sind. Die zusätzlichen Tippkarten hingegen sind als Hilfe für leistungsschwächere Schüler gedacht, die ansonsten mit den Aufgaben nicht zurechtkommen würden.
Kopieren Sie die **Tabellen 1 bis 8 (Archiv)** so, dass sie für die Schüler in ausreichender Zahl vorhanden sind. Da von sämtlichen Aufgaben ausschließlich in der Schule bearbeitet werden, so reicht es aus, Tabellen für jede Gruppe einmal zu kopieren. Um Kopien zu sparen, können Ihre Schüler die Tabellen 1 bis 4 auch abzeichnen.

Ablauf

Das Arbeitsmaterial wurde so gestaltet, dass Ihre Schüler es selbstständig durcharbeiten können. Dennoch bietet es sich an, jeweils nach der ersten Aufgabe der Materialien **M 1**, **M 3** und **M 5** die Beschreibungen der Verfahren zu besprechen, um ggf. die Ergebnisse der Schüler vergleichen zu können und für die weitere Arbeit eine gemeinsame Grundlage zu legen.

Aus demselben Grund sollten Sie nach dem Lösen der **Aufgaben 1 und 2** des Materials **M 2** Ihre Schüler die Tabellenergebnisse vergleichen lassen. Auch bieten sich gemeinsame Phasen an, um die Sozialform (von Partner- zu Gruppenarbeit oder umgekehrt) zu wechseln.

Einzelarbeit, Partnerarbeit oder Gruppenarbeit?

Die folgende Tabelle gibt die möglichen Arbeitsformen an. Hierbei bedeutet

 Einzelarbeit,  Partnerarbeit,  Gruppenarbeit.

Ferner ist in dieser Tabelle notiert, ob der Einsatz eines dynamischen Geometriesystems (**DGS**) zur Lösung von Aufgaben notwendig ist. DGS oder Grafik-Taschenrechner (**GTR**) sowie Computer-Algebra-Systeme (**CAS**) lassen sich sinnvoll in weiteren Aufgaben einsetzen. Da GTR oder CAS häufig – wenngleich unter Umständen nur über das Handy – zur Verfügung stehen und die Schüler die Medien hiermit frei wählen können, wurde hierauf nicht an jeder Stelle hingewiesen.

Material	M1	M2		M3		M5		
Aufgabe	1	1	2	1	2	1	2	3
Arbeitsform								
DGS nötig				x				

Material	M6	M7		M8	
Aufgabe		1	2	1	2
Arbeitsform					
DGS nötig		x	x		

Basteltipp

Im Archiv finden Sie eine Bastelvorlage für die Caesar-Scheibe. Drucken Sie sie auf etwas festerem Karton aus.

M 1 Die Caesar-Verschlüsselung

Das Thema „Verschlüsselung" ist nicht erst seit E-Mails und Online-Banking, sondern schon lange wichtig. Nicht zuletzt im militärischen Bereich sollten Nachrichten, die möglicherweise abgefangen wurden, vom Feind nicht gelesen werden können. Vor ca. 2000 Jahren hat der damalige Feldherr Julius G. Caesar ein Verfahren zur Verschlüsselung genutzt, das heutzutage nach ihm benannt ist. Dieses wird im Folgenden näher betrachtet.

Allgemein lässt sich der Verlauf in einem Codierungs-System darstellen durch:

$$\text{Klartext} \xrightarrow{\text{Schlüssel}} \text{Geheimtext} \xrightarrow{\text{Inverser Schlüssel}} \text{Klartext}$$

Man benötigt hierbei
Klartextalphabet, *Geheimtextalphabet*,
Menge der Schlüssel,
Verschlüsselung, *Entschlüsselung*.

Bei der Caesar-Verschlüsselung wird jeder Buchstabe um einen vorher festgelegten Wert verschoben. Wählt man zum Beispiel eine Verschiebung um drei Buchstaben, wird aus jedem A ein D, aus jedem B ein E und so weiter. Wenn man einen Text auf diese Weise verschlüsselt, wird er unlesbar. Wenn man weiß, um wie viel die jeweiligen Buchstaben verschoben wurden und das Ganze rückgängig macht, kann man den Geheimtext lesen.

Abb. 1: Schon Gaius Julius Caesar (13. Juli 100 v. Chr. – 15. März 44 v. Chr.) verwendete Verschlüsselungsalgorithmen.
© ViewApart/iStock/Getty Images Plus

Caesar-Scheibe: Eine Kreisscheibe (mit einem inneren kleineren Kreisring) liegt in einem größeren Kreisring. Der Durchmesser der Kreisscheibe stimmt mit dem Innendurchmesser des größeren Kreisrings überein. Die Mittelpunkte der beiden Figuren sind identisch, und sie können um den gemeinsamen Mittelpunkt gegeneinander verdreht werden.
Da der kleinere und größere Kreisring identische Unterteilungen in Sektoren besitzen, lassen sie sich so gegeneinander verdrehen, dass die Sektoren aneinanderliegen. Damit lassen sich benachbarte Sektoren und damit die dort notierten Buchstaben identifizieren.

Aufgabe 1

Wenn man sich nicht aufschreiben möchte, welche Buchstaben bei der Ver- und Entschlüsselung einander zugeordnet werden, oder wenn man nicht immer Buchstaben vor- bzw. rückwärtszählen möchte, kann man sich mit einer sog. **Caesar-Scheibe** behelfen. Eine solche Scheibe besteht eigentlich aus zwei Scheiben, die alle Buchstaben des Alphabets und ein paar weitere Zeichen enthalten und gegeneinander verdreht werden können (siehe Abb. 2).

a) Beschreiben Sie das Caesar-System zunächst anschaulich unter Zuhilfenahme der Caesar-Scheibe.
Hinweis: Verschiebt man um jeweils drei Buchstaben, so erhält man:

C	A	E	S	A	R	innen
F	D	H	V	D	U	außen

b) Falls Sie mit dem Verfahren noch nie gearbeitet haben, verschlüsseln Sie nun ein Wort (z. B. „CAESAR") zunächst mit dem in der Abbildung 2 eingestellten Schlüssel und dann mit einem beliebig gewählten Schlüssel (d. h. durch Verdrehen der äußeren Scheibe in eine andere feste Zuordnung der Buchstaben, die später auch als Zahl zwischen 0 und 30 abgekürzt wird), jemand anderes soll versuchen, das Wort zu entschlüsseln.

c) Tragen Sie Ihre Beschreibung in Tabelle 1 ein.

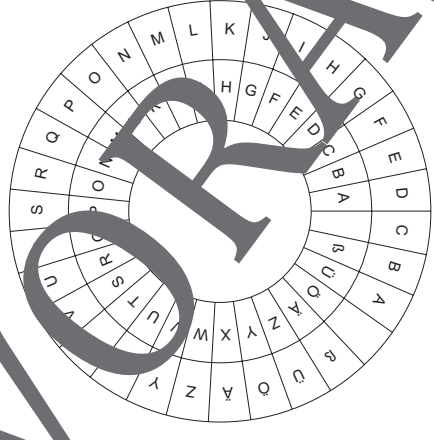


Abb. 2: Caesar-Scheibe: Klartextbuchstaben: innen; Geheimtextbuchstaben: außen
Grafik: © Dr. W. Zettlmeier

M 2 Rechnen modulo 31

Um das Verfahren richtig zu verstehen, sollte man es (mindestens) einmal händisch durchgeführt haben, auch wenn es ganz schön aufwendig werden kann, wenn man einen längeren Text von Hand ver- oder entschlüsseln möchte.
Zum Glück gibt es für solche Arbeiten heutzutage **Computer**.
Die Arbeit mit der Caesar-Scheibe kann recht einfach mithilfe eines Computers nachgestellt werden, was durch diese Aufgabe vorbereitet wird:
Die 26 Buchstaben des Alphabets, die Umlaute Ä, Ö und Ü und das Zeichen ß und das Leerzeichen für Nachrichten sollen beginnend mit dem Buchstaben A am Punkt (1|0) gleichmäßig *gegen* den Uhrzeigersinn auf einem Kreis verteilt werden.

Aufgaben

1.
   a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Buchstaben auf zwei Nachkommastellen genau und tragen Sie sie in die Zeilen „Koordinaten" in den Tabellen 4 bis 7 ein.
   b) Tragen Sie die Koordinaten der Buchstaben mit trigonometrischen Funktionen im Bogenmaß in die Zeilen „Koordinaten =" der Tabellen 4 bis 7 ein. Notieren Sie die Koordinaten als Vielfache von $2\pi/31$.
   c) Erklären Sie das Ergebnis aus Teil b) am Einheitskreis bzw. an der Caesar-Scheibe.

Um die folgenden Berechnungen etwas übersichtlicher zu machen, gehen wir ab jetzt davon aus, dass die innere, drehbare Scheibe des Caesar-Systems auf dem **Einheitskreis** liegt und die Klartextbuchstaben enthält. Das hat den Vorteil, dass wir beim Rechnen einfach die Sinusfunktion anstelle der Kosinusfunktion verwenden können, ohne diese Funktionen auf die Größe des Kreises strecken oder stauchen zu müssen.

2. Welche Koordinaten besitzen die Punkte der Buchstaben, wenn die äußere Scheibe gegenüber der inneren Scheine um $\ell = 1$ ($\ell = 3$, $\ell = 17$, $\ell = 31$) Buchstaben gegen den Uhrzeigersinn verdreht wird? Notieren Sie die Buchstaben in den Tabellen 4 bis 7.

Hinweise:

1. Notieren Sie die eingesetzten Werte als Vielfache von $\frac{2\pi}{31}$ (vgl. Aufgabe 1 b).

2. In den Punkten stehen die Koordinaten $\left(\cos\left(k\cdot\frac{2\pi}{31}\right)\,|\,\sin\left(k\cdot\frac{2\pi}{31}\right)\right)$ mit $k\in\{0;1;\ldots;30\}$.
   Geht man von $k=30$ noch einen Schritt weiter, so fängt man aufgrund der Periodizität der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion wieder bei $k=0$ an.

3. Bei den Zahlentupeln $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$ handelt es sich um eine Darstellung von *Vektoren*. Im Folgenden werden wir sie auch entsprechend als $\vec{x}$ bezeichnen. Man nennt $\vec{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$ den *Ortsvektor* zum Punkt $P(x_1\,|\,x_2)$.

M 3 Drehmatrizen

Mithilfe von Matrizen lässt sich eine **Drehung** mathematisch beschreiben. Wenn wir also eine Matrix (die Drehung) auf einen Vektor (einen Buchstaben) anwenden, erhalten wir einen anderen Vektor (den verschlüsselten Buchstaben).

Aufgabe 1

a) Wenden Sie folgende Matrizen auf die Ortsvektoren der Punkte $(1\,|\,0)$, $(0\,|\,1)$, $(-1\,|\,0)$ und $(0\,|\,-1)$ von Punkten des Einheitskreises an.

(1) $A_{\frac{\pi}{2}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

(2) $A_{\pi} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(3) $A_{\frac{3\pi}{2}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Beschreiben Sie die Wirkung der Multiplikation auf die Ortsvektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

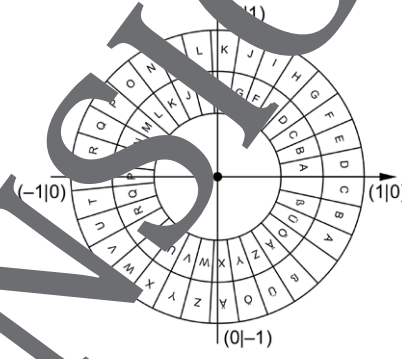


Abb. 3; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Machen Sie sich dies an Abb. 3 oder an einem Modell der Caesar-Scheibe deutlich. Die Matrizen wurden mit Indizes (z. B. „π“) bezeichnet. Können Sie anhand Ihrer Beobachtungen begründen, warum diese Indizes sinnvoll gewählt wurden?

Hinweise:

1. Im Bogenmaß entspricht π einem Winkel von 180°.
2. Eine Matrix, durch die sich eine Drehung beschreiben lässt, nennt man Drehmatrix.

Überprüfen Sie Ihre Vermutung durch die Anwendung der Matrizen auf die Ortsvektoren zu den Punkten aus Tabelle 4 (Archiv). Stellen Sie dabei die Drehungen mithilfe einer DGS grafisch dar.

b) Mit den Punkten (1|0) und (0|1) sollen Drehungen von Hand oder mithilfe einer DGS durch Matrizen dargestellt werden.
Mithilfe welcher Matrix lässt sich eine Drehung beschreiben? Führen Sie dies für die Winkel $\frac{1}{8}\pi$ und $\frac{5}{9}\pi$ durch.
Überprüfen Sie Ihr Verfahren mithilfe der Ergebnisse aus Aufgabenteil a).

Wie wir gesehen haben, lassen sich Codierungen mithilfe von Matrizen durchführen. Das Codieren reicht jedoch nicht aus, man muss die empfangene Nachricht auch decodieren, um den Text lesen zu können. Für uns bedeutet dies, die Drehung umzukehren.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Umkehrung einer Drehung um den Winkel α.

M 4 Drehung mithilfe von Matrizen

Um die Drehungen der Caesar-Scheibe mathematisch beschreiben zu können, betrachten wir ab jetzt **Matrizen**. So nennt man Schemata aus Zahlen mit mehreren Zeilen und Spalten. Dabei beschränken wir uns auf zwei Zeilen und zwei Spalten und nennen sie (2×2)-Matrizen.

Merke: Eine (2 x 2)-Matrix ist eine Sammlung von vier reellen Zahlen $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R}$, dargestellt durch $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$.

Beachten Sie, dass die erste Zahl im Index für die Zeile und die zweite Index für die Spalte stehen, an der sich die Zahl in der Matrix befindet.

Man multipliziert eine Matrix folgendermaßen mit einem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$:

$$A \otimes \vec{v} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot v_1 + a_{12} \cdot v_2 \\ a_{21} \cdot v_1 + a_{22} \cdot v_2 \end{pmatrix}.$$

Hinweise:

1. Die Multiplikation von Matrizen und Vektoren ist von der Multiplikation reeller Zahlen zu unterscheiden. Daher haben wir hier ein anderes Symbol, das Zeichen $\otimes$, gewählt. In der Ergebnismatrix werden dann wieder „ganz normal" Zahlen miteinander multipliziert und addiert, also z. B. $a_{11} \cdot v_1 + a_{12} \cdot v_2$.

2. Das Ergebnis von $A \otimes \vec{v}$ mit einer (2×2)-Matrix A und einem Vektor $\vec{v}$ ist ein Vektor. Die Multiplikation $\vec{v} \otimes A$ ist <u>nicht</u> definiert, da A zwei Zeilen, aber $\vec{v}$ nur eine Zeile besitzt.

M 5 Übungsaufgaben

Auf den letzten Aufgabenblättern wurden Verfahren entwickelt, mit denen Drehungen mithilfe von Matrizen durchgeführt und – als Drehung in entgegengesetzter Richtung bzw. als Ergänzungsdrehung zu 360° – rückgängig gemacht werden können. Um solche Drehungen auf das Codieren und Decodieren zu übertragen, müssen wir berücksichtigen, dass die Drehungen auf das Alphabet einzuschränken sind. Wir betrachten also Drehungen um ein ganzzahliges Vielfaches von $\frac{360°}{31}$.

Nach dem Leerzeichen kommen wir wieder zurück zum **A**. Dazu verwenden wir die Koordinaten der zu den Buchstaben gehörenden Punkte in **Tabellen 4 bis 7** (**Archiv**) und wenden eine Drehung auf sie an.

Aufgabe 1

a) Definieren Sie sich eine Matrix, um die Codierung nach Caesar durch Verdrehen um fünf Buchstaben gegen den Uhrzeigersinn zu beschreiben. Codieren und decodieren Sie damit unter Anwendung digitaler Medien (beispielsweise GeoGebra) das Wort **HALLO**.
Führen Sie die Codierung für verschiedene Verdrehungen durch.
Wie lässt sich der allgemeine Fall einer Verdrehung um k Buchstaben durch eine Matrix beschreiben?
Notieren Sie die Verschlüsselung und die Entschlüsselung in Tabelle 2 (**Archiv**).

b) Codieren und decodieren Sie
CAESAR.
Erklären Sie Schwierigkeiten und Besonderheiten der Codierung und Decodierung am Bild eines Einheitskreises.

c) Diskutieren und beheben Sie die in Teil b) entdeckten Probleme in kleinen Gruppen mit Ihren Mitschülern. Ergänzen Sie Tabelle 2 um entsprechende Schritte in der Verschlüsselung und der Entschlüsselung.

Aufgabe 2

Der folgende Text wurde mit dem Caesar-Verfahren verschlüsselt. Bestimmen Sie den Schlüssel. Entschlüsseln Sie hiermit den folgenden Text:

UNRLQÜIDßITWJLTNW

Aufgabe 3

Diskutieren Sie die Sicherheit des Codier- und Decodierverfahrens nach Caesar bezüglich des „Knackens" einer Nachricht durch fremde Personen. Werfen Sie hierbei auch einen Blick auf die Häufigkeit von Buchstaben in der deutschen Sprache.

Hinweis:

Häufigkeitsanalysen beziehen sich immer auf längere Texte.

M 6 Die Caesar-2-Codierung

Die Codierung nach Caesar ist leicht zu entschlüsseln, wenn man einfach ausprobiert, wie weit man die äußere Scheibe zurückdrehen muss, damit sich ein **sinnvoller Text** ergibt. Im schlimmsten Fall probiert man 31 Stellungen der Scheibe aus – Computer können das in Bruchteilen von Sekunden.

Auch mit einer **Häufigkeitsanalyse** von Buchstaben kann man schnell herausfinden, welche Geheimtextbuchstaben besonders häufig vorkommen und dann z. B. für „**N**" oder „**E**" (die häufigsten Buchstaben in deutschen Texten) stehen. Sobald man einen Buchstaben identifiziert hat, kann man die Scheibe so stellen und so die komplette Nachricht entziffern. Die Caesar-Verschlüsselung ist damit schnell geknackt. Dies führt zu der Notwendigkeit, die Codierung durch weitere Schritte zu ergänzen.

Zusätzlich eine Spiegelung verwenden

Eine Möglichkeit, die Verschlüsselung sicherer zu machen, ist die Ergänzung eines zweiten Codierschritts: Die äußere Scheibe wird nicht nur gedreht, sondern zusätzlich **gespiegelt**. In unserem Fall einer Scheibe mit 31 Feldern wählt man die Spiegelachse, die natürlich durch den **Mittelpunkt** der Scheibe gehen muss, **durch eine Grenze zwischen den Kreisausschnitten zweier der 31 Buchstaben der Caesar-Scheibe** (und damit auf der anderen Seite mittig durch ein Feld). In der folgenden Abbildung ist dies für die Grenze zwischen den Kreisausschnitten der Buchstaben V und W zu sehen. Durch diesen zweiten Codierschritt kommen zusätzlich zu den 31 möglichen Positionen der Scheibe weitere 31 mögliche Spiegelachsen hinzu. Beim reinen Ausprobieren von Scheibenpositionen muss man jetzt nicht mehr 30, sondern fast 1000 mögliche Positionen ausprobieren, um den Code zu knacken.

Aufgabe (Partnerarbeit)

Wir führen eine Codierung und Decodierung mithilfe von Spiegelung an einer Geraden durch den Mittelpunkt der Caesar-Scheibe und einen Buchstaben des inneren Kreises durch, die wir ***Caesar-2-Codierung*** nennen.

Zeichnen Sie sich eine Tabelle mit den Zeilen ***außen*** und ***innen*** und tragen Sie in die Zeile *innen* die Buchstaben des Alphabets in der gewöhnlichen Reihenfolge ein. Verdrehen Sie die äußere Scheibe gegenüber der inneren Scheibe um drei Buchstaben gegen den Uhrzeigersinn. Stellen Sie sich jetzt eine Achse durch den Ursprung und den Buchstaben **G** der inneren Scheibe vor, und spiegeln Sie dann das Alphabet der äußeren Scheibe an dieser Achse. Es ergibt sich das folgende Bild:

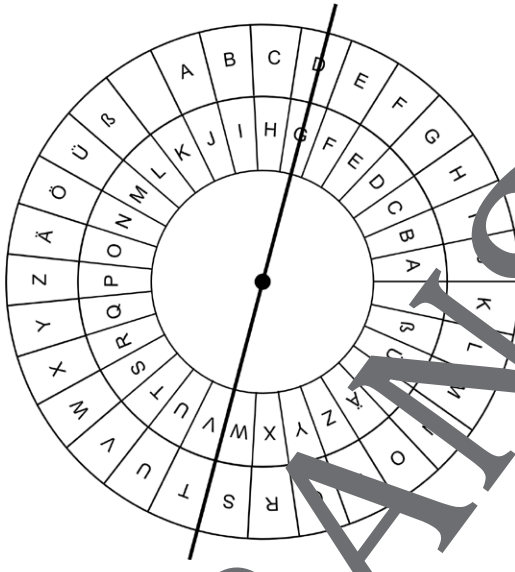
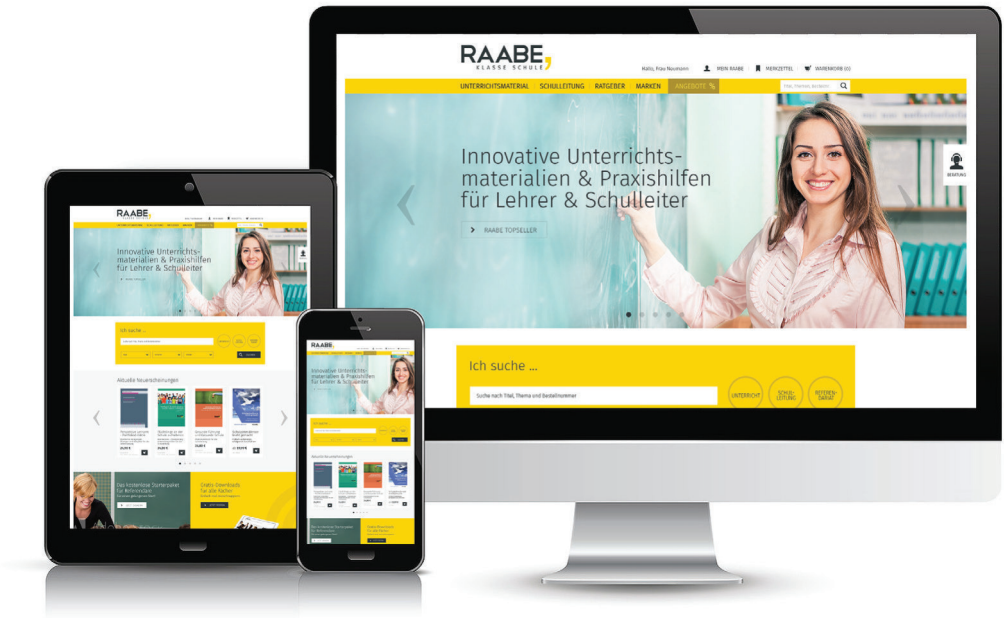


Abb. 4: In der Scheibe [illegible] die Spiegelung schon durchgeführt, d. h., A wird auf J abgebildet, Y auf Q etc., Grafik: D. W. Zettlmeier

Tragen Sie in die Zeile ***außen*** die Buchstaben der äußeren Scheibe so ein, dass die auf den Scheiben benachbarten Buchstaben auch in der Tabelle nebeneinander stehen. Stellen Sie sich gegenseitig Aufgaben, indem Sie eine Codierung wählen, einen Text verschlüsseln und versuchen, gegenseitig die Codierung zu erkennen.

RAABE
KLASSE SCHULE

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de