

Extremwertprobleme bei Punkte-, Geraden- und Ebenenscharen

Oberstufe (weiterführendes Niveau)

Günther Weber, Brilon

Abbildungen von Günther Weber

Hinweise	1
Aufgaben	4
Lösungen	6

Die Schüler lernen:

ihre bereits erworbenen Fähigkeiten in der analytischen Geometrie im räumlichen Koordinatensystem sicher anzuwenden. Sie berechnen die Innenwinkel und den Flächeninhalt von Dreiecken sowie das Volumen einer Pyramide. Die Lernenden untersuchen die Lagebeziehung von Punkten zu Geraden und Ebenen bzw. von Geraden und Ebenen. Ebenso berechnen sie den Schnittwinkel von Gerade und Ebene bzw. den Schnittwinkel von zwei Ebenen. Sie lösen Abstandsprobleme und bestimmen mit den Methoden der Analysis Extremwertprobleme, die sich aus der Winkel- oder Abstandsberechnung ergeben. Die Aufgaben fördern eine Vielzahl der Kompetenzen, über die die Schülerinnen und Schüler in den Bereichen Analytische Geometrie und Analysis vor dem Abitur verfügen sollten. Sie eignet sich daher auch gut zur Vorbereitung auf das Abitur.

M 1 Aufgaben

Gegeben sind die Punktescharen

$B_k(k+2| -3| -2)$ und $C_k(6| 0| -k-1)$ sowie der Punkt $A(2| -2| -1)$.

1.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Geradenschar g_k , die durch die Punkte B_k und C_k verläuft. Überprüfen Sie, ob es ein k gibt, sodass der Punkt A auf einer Geraden der Schar liegt.
- Überprüfen Sie, ob es ein k gibt, sodass das Dreieck $A B_k C_k$ gleichschenkelig ist. Berechnen Sie gegebenenfalls die Längen der Seiten, die Innenwinkel und den Flächeninhalt des Dreiecks.

2.

- Durch die Punkte A , B_k und C_k ist eine Ebenenschar E_k festgelegt. Geben Sie die Drei-Punkte-Form der Ebenengleichung an und formen Sie diese um in die Normalenform.
- Berechnen Sie, welche Bedingungen die Parameter z der Ebenen der Schar erfüllen müssen, damit die Ebenen senkrecht aufeinanderstehen.
- Bestimmen Sie die Ebene F der Schar E_k , die zur Ebene E_{-3} senkrecht steht.
- Bestimmen Sie die Gleichung der Schnittgeraden h der beiden Ebenen E_{-3} und F .

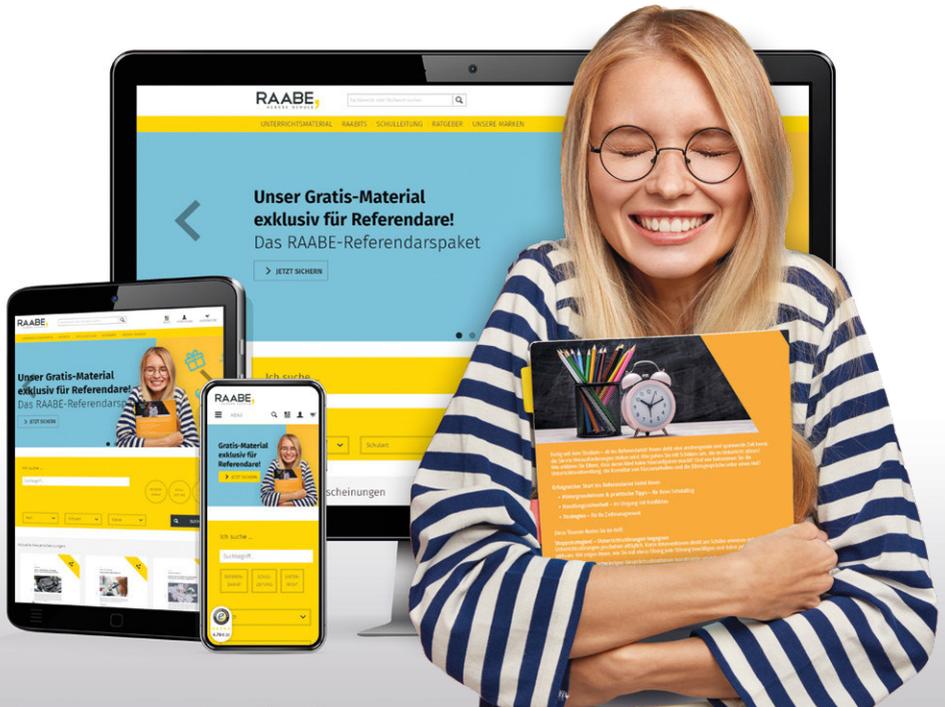
3.

- Begründen Sie, dass die Ebene E_2 der Schar die y -Achse enthält, und berechnen Sie den Schnittwinkel der Ebene E_2 mit der xy -Koordinatenebene.
- Überprüfen Sie, ob die Punkte B_3 und C_3 auf verschiedenen Seiten der Ebene E_2 liegen.
- Gegeben sei die Geradenschar

$$g_a : x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

- Bestimmen Sie a so, dass die Gerade der Schar parallel zur Ebene E_2 verläuft.
- Zeigen Sie, dass keine Gerade der Geradenschar die Ebene E_2 senkrecht schneidet.
- Bestimmen Sie a so, dass der Winkel zwischen der Geraden der Schar und der Ebene E_2 maximal wird.

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de