

Abiturvorbereitung: Körper im Raum

Alfred Müller



© FatCamera/E+/ Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet Ihnen sechs Teilklausuren, in denen die Jugendlichen ihre Fähigkeiten im Bereich Analytische Geometrie prüfen und erkennen, ob sie bereits fit für das schriftliche Abitur sind. Die Aufgaben untersuchen Ebenen und geometrische Körper wie Kegel, Kugel und Pyramide sowie deren Lage im Raum und zueinander. Eine Bearbeitungszeitvorgabe sorgt dabei für realistische Bedingungen.

Abiturvorbereitung: Körper im Raum

Alfred Müller

Hinweise

M 1–M 6 Aufgaben

2

Lösungen

9

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihre Fähigkeiten im Bereich Analytische Geometrie an abiturrelevanten Aufgaben einzusetzen und zu prüfen. Sie untersuchen Ebene- und geometrische Körper wie Kegel, Kugel, Pyramide und Würfel sowie deren Lage zueinander. Durch verschiedene Lösungswege, aber auch durch Zurückgreifen auf bereits bekannte Lösungen anderer Aufgaben, erkennen sie, dass es oft eine vorteilhaftere, effektivere bzw. rechenarme Möglichkeit gibt.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt LEK Lernerfolgskontrolle

Thema	Material	Methoden
Aufgaben	M1–M6	Ab, LEK

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Kompetenzprofil:

Inhalt: Geraden und Ebenengleichungen in Parameterform, Normalenform und Hessescher Normalenform, Lagebeziehungen, Schnittpunkte und -geraden, Schnittwinkel, Dreieck, Viereck, Pyramide, Kegel, Kugel, Berührungskreis zwischen Ebene und Kugel, Berechnung von Abständen und Volumina, Wiederholung des Gesamtstoffes

Medien: GTR/GDS, Geogebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse bzw. ihr Kurs sollte bereits mit den meisten der abiturelevanten Themen der Analytischen Geometrie vertraut sein.

Lehrplanbezug

Die Schülerinnen und Schüler...

- stellen die Gleichungen von Geraden und Ebenen in Parameter- und Normalenform auf.
- stellen die Gleichungen von Kugeln auf.
- bestimmen relevante Punkte von Körpern wie Würfel, Kegel und Pyramide.
- Ermitteln systematisch und begründet die gegenseitige Lage von Geraden, Ebenen und Körpern und berechnen ggf. Entfernungen, Schnittpunkte, Schnittgeraden oder Schnittkreise sowie die Größe von Schnittwinkeln.

Einsatz im Unterricht

Die Materialien (M 1-M 6) sind einzeln als Lernzettel, Rollen bzw. Selbsttests gedacht. Die Jugendlichen sollten daher die Aufgaben möglichst allein und eigenständig lösen, damit die Tests aussagekräftig sind.

Differenzierung

Je nach Leistungsstärke sollten sich die Schülerinnen und Schüler die Materialien vornehmen. Wurde ein Material bzw. Test mit einfachem Niveau bestanden (etwa Note 4, siehe Tabelle in den Lösungen), kann ein mittelschwerer Test und schließlich der Test mit schwierigem Niveau bearbeitet werden.

Material	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6
Niveau						

M 1 Ebene, Kegel und Pyramide

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1|0|-4)$, $B(3|4|0)$

und $C(1|3|2)$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 17 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass die drei Punkte A, B, C ein rechtwinkliges, aber nicht gleichschenkeliges Dreieck ABC bilden. Bestimmen Sie die Längen der Dreiecksseiten, die noch fehlenden Innenwinkel sowie die Fläche des Dreiecks. **[5 BE]**
 - Bestimmen Sie eine Gleichung der durch die Punkte A, B, C aufgespannten Ebene E in Normalenform. **[4 BE]**
 - Die Gerade g schneidet die Ebene E im Punkt D unter dem Winkel φ . Bestimmen Sie die Koordinaten von D sowie die Maßzahl des Winkels φ . **[4 BE]**
 - Zeigen Sie, dass der Punkt D das Dreieck ABC zum Rechteck ABCD ergänzt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M des Umkreises k des Rechtecks ABCD und geben Sie dessen Radius r an. **[5 BE]**
2. Der Kreis k bildet zusammen mit dem Punkt S einen geraden Kreiskegel K. Die Höhe des Kegels beträgt 9 LE.

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S ($s_1 | s_2 | s_3$), wenn $s_1 < 0$ gilt. **[3 BE]**
 - Bestimmen Sie das Volumen vom geraden Kreiskegel K und von der Pyramide ABCDS und geben Sie das Volumenverhältnis an. **[6 BE]**
 - Zeigen Sie, dass der Punkt S auf der Geraden g liegt und berechnen Sie dann den Winkel ϵ , unter dem eine Mantellinie des Kegels gegen die Grundfläche geneigt ist. **[4 BE]**
3. Der Punkt $T(-3|5,5|-3)$ teilt die Höhe [MS] im Verhältnis τ . Die Parallelebene E' zu E durch T zerlegt den Kegel in einen kleinen Kegel und einen Kegelstumpf.
- Bestimmen Sie τ und geben Sie eine Gleichung von E' an. Berechnen Sie dann die Fläche des Grundkreises des kleinen Kegels. **[4 BE]**
 - Bestimmen Sie das Volumen des Kegelstumpfes sowie das Verhältnis der beiden Teilkörper des Kegels. **[5 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de