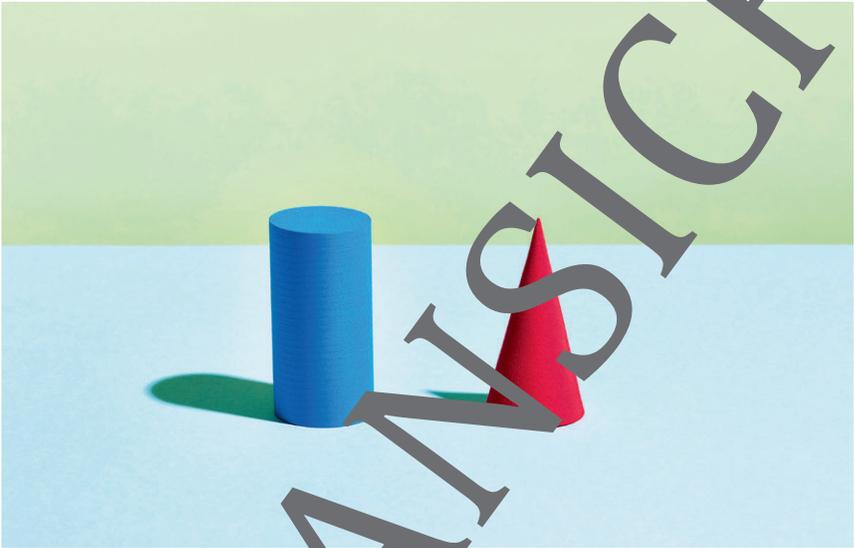


# Kegel und Zylinder

Ein Beitrag von Alfred Müller



© Richard Drury / Photodisc / Getty Images Plus

Kegel und Zylinder sind Körper, die auf einem Kreis als Grundfläche beruhen. Während sich jedoch ein Kegel zu einer Spitze hin verjüngt, wird der Zylinder von einem weiteren Kreis als Deckfläche begrenzt.

In diesem Text beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler mit diesen beiden Körpern und ihrer Lage im dreidimensionalen Raum. Sie finden heraus, ob sich gegebene Punkte innerhalb oder außerhalb eines Zylinders befinden oder bestimmen die Koordinaten der Spitze eines Kegels. Ferner ermitteln sie die Neigungswinkel von Mantelflächen und untersuchen das Verhalten eines Lichtstrahls, der an einem der Körper reflektiert wird.

# Kegel und Zylinder

Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

---

**M1 Aufgaben**

**1**

---

**Lösungen**

**3**

---

## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

beim Arbeiten mit geometrischen Körpern in einem dreidimensionalen Koordinatensystem trainieren die Schülerinnen und Schüler ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Sie trainieren den Umgang mit Geraden- und Ebenengleichungen und untersuchen die Lage von Punkten. Auch die Formeln für die Bestimmung eines Winkels zwischen zwei Vektoren werden wieder in Erinnerung gerufen.

VORANSICHT

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Gerader Kegel	M1, Aufgabe 1, 2, 4	AB
Schiefer Kegel	M1, Aufgabe 1	AB
Zylinder	M1, Aufgabe 2, 4	AB
Winkelbestimmung	M1, Aufgabe 1, 2, 3	AB
Kugel	M1, Aufgabe 1	AB
Oberfläche und Volumen	M1, Aufgabe 3	AB
Reflexion	M1, Aufgabe 4	AB

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Kegel, Zylinder, windschiefe Geraden, Abstände, Mantel, Oberfläche, Volumen, Winkel

**Medien:** GeoGebra, CAS

**Kompetenzen:** Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), Mathematisch modellieren (K3), Kommunizieren (K6)

M1



## Aufgaben

1. Der Grundkreis eines geraden Kreiskegels  $K_1$  enthält die Punkte  $A(1|1|2)$  und  $B(-3|1|0)$ . Die Länge einer Mantellinie des Kegels vom Punkt A zur Spitze  $S_1$  beträgt  $m = |\overline{S_1 A}| = 3\sqrt{5}$  LE. Der Mittelpunkt M des Grundkreises liegt auf der Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M des Grundkreises.
  - In welcher Ebene  $E_1$  liegt der Grundkreis des Kegels? Geben Sie  $E_1$  in Normalenform an.
  - Bestimmen Sie die Koordinaten der Spitze  $S_1$  des Kegels. Gibt es dafür mehr als eine Lösung?  
Unter welchem Winkel  $\alpha$  ist eine Mantellinie gegenüber der Grundkreisebene  $E_1$  geneigt?
  - Ein schiefer Kreiskegel  $K_2$ , der den gleichen Grundkreis wie  $K_1$  besitzt, hat das doppelte Volumen wie  $K_1$ . Berechnen Sie die Koordinate der Spitze  $S_2$  des Kegels  $K_2$ , wenn diese auf der Geraden  $h$  liegt. Gibt es mehr als eine Lösung?
2. Gegeben sind die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- Zeigen Sie, dass die Geraden  $g$  und  $h$  windschief sind und berechnen Sie deren Abstand.
- Geben Sie die Gleichung der kleinsten Kugel  $K$  an, die beide Geraden berührt. Wie lauten die beiden Berührungspunkte  $B_1$  und  $B_2$ ?
- Zwischen  $g$  und  $h$  liegt ein gerader Kreiszyylinder  $Z$ , sodass  $B_1$  und  $B_2$  die Mittelpunkte der Grund- bzw. Deckfläche sind. Falls der Radius des Zylinders 3 LE beträgt, liegen dann die Punkte  $U(1|3|1,5)$  und  $V(-2|7|2)$  innerhalb oder außerhalb von  $Z$ ?
- Seien die Achse eines Kreiskegels  $K_2$  mit der Spitze  $S(5|3|7)$ . Bestimmen Sie den Öffnungswinkel  $\varphi$  (d.h. den Winkel an der Spitze), wenn die Gerade  $g$  den Kegel  $K_2$  berührt.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**