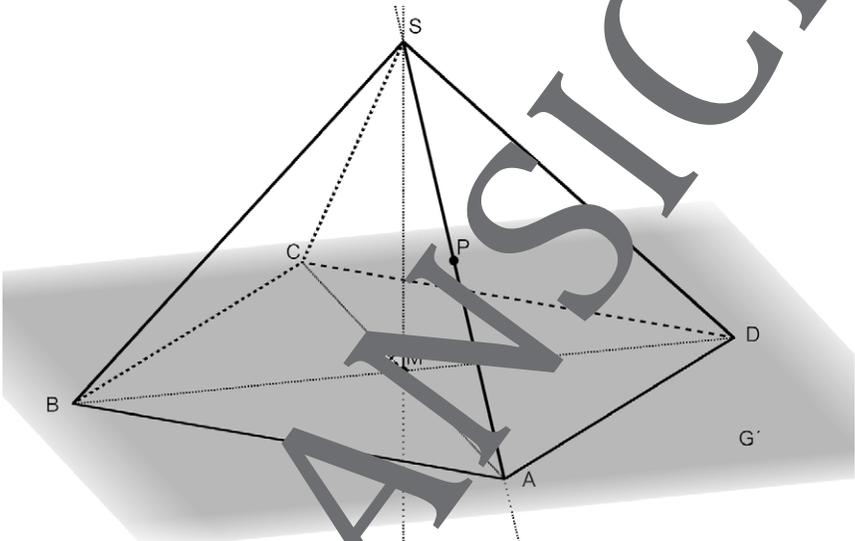


Geraden, Ebenen, Pyramiden und besondere Punkte

Alfred Müller



Grafik: Günter Gerstbrecht

In mehreren Aufgaben werden Schülerinnen und Schüler ihr Wissen in der analytischen Geometrie an. Dabei erfordert der Weg zum richtigen Ergebnis es auch, Zusammenhänge aus dem Text der Aufgaben herauszulesen, um die Werkzeuge der Mathematik richtig einsetzen zu können. So müssen die Jugendlichen beispielsweise erkennen, dass die Mittelpunkte aller Kugeln, deren Oberfläche zwei gegebene Punkte enthält, auf einer Ebene liegen. Ein anderes Beispiel basiert auf der Erkenntnis, dass ein Eckpunkt der Grundfläche einer Pyramide sich mithilfe einer Geraden ergibt, die durch die Spitze und einen Punkt der der Seitenkante verläuft.

Freudenschnitte, kombiniert mit räumlichem Vorstellungsvermögen, wird den Schülerinnen und Schülern beim Lösen der Aufgaben eine große Hilfe sein.

Geraden, Ebenen, Pyramiden und besondere Punkte

Oberstufe (grundlegend)

Alfred Müller

M1 Aufgaben	1
M2 Lösungen	2

Die Schülerinnen und Schüler lernen

Zusammenhänge herzustellen und durch Interpretation von Texten der Angabe weitere notwendige Bedingungen zu erkennen, um das räumliche Vorstellungsvermögen zu trainieren und festigen die Arbeit mit Geraden und Ebenen sowie Kugeln und Pyramiden.

VORANSICHT

Überblick

Legende der Abkürzungen:
 AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Ebene	M1, Aufgaben 1–4	AB
Kugel	M1, Aufgabe 1	AB
Gerade	M1, Aufgaben 2–4	AB
Winkel	M1, Aufgaben 2, 3	AB
Spiegelpunkt	M1, Aufgabe 3	AB
Pyramide	M1, Aufgaben 7, 8	AB
Volumen	M1, Aufgaben 3, 4	AB
Fläche	M1, Aufgaben 1, 2	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Schnittprobleme von Geraden und Ebenen, Kugel, Abstand windschiefer Geraden und paralleler Ebenen, Volumen und Oberfläche von Pyramiden, Bestimmung schwieriger Punkte

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Aufgaben

M1

Hinweis: Die Aufgaben 1) bis 3) bauen aufeinander auf, Aufgabe 4) kann unabhängig davon gelöst werden.

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(5|11|-2)$ und $B(1|-1|2)$ gegeben.

- Geben Sie den geometrischen Ort F der Mittelpunkte aller Kugeln an, die durch die beiden Punkte A und B verlaufen.
- Geben Sie die Gleichung derjenigen Kugel K an, die den kleinsten Radius besitzt.

2. Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und die Ebene $E: 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 6 = 0$.

- Die Ebenen E und F schneiden sich in einer Geraden s unter einem Winkel φ . Geben Sie eine Gleichung von s sowie die Maßzahl von φ an.
- Die Punkte A und B bestimmen die Gerade h . Geben Sie die gegenseitige Lage und welchen Abstand besitzen g und h ?
- Welche Abstände besitzt der Punkt A von der Ebene E und von der Ebene F ? Bestimmen Sie dann die Gleichung einer Ebene E' , welche die Gerade g enthält und senkrecht auf E steht, in Normalform.
- Eine Gerade t geht durch den Punkt $Q(3|0|-6)$ und schneidet die Geraden g und h . Geben Sie eine Gleichung von t an.

3.

- Die Gerade g schneidet die Ebene E im Punkt C . Der Punkt D ist der Spiegelpunkt zu C am Mittelpunkt M der Strecke $[AB]$. Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte C und D .
- Welches Viereck bilden die Punkte A, C, B, D ? Bestimmen Sie die Seitenlängen und die Innenwinkel des Vierecks.
- Bestimmen Sie das Volumen derjenigen Pyramide $ACBDS$ mit dem Punkt $S(17|12|20)$. Begründen Sie, dass die Pyramide eine gerade Pyramide ist. Berechnen Sie außerdem den Winkel ε , den die Seitenkante AS mit der Grundfläche einschließt.

4. Ein Schmätkel zum Schluss (kein Zusammenhang mit vorhergehenden Aufgaben): Eine gerade quadratische Pyramide hat den Punkt $M(5|16|13)$ als Mittelpunkt der Grundfläche und die Spitze $S(9|18|9)$. Auf der Seitenkante $[SA]$ liegt der Punkt $P(8|16|8)$. Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte A, B, C, D sowie Oberfläche und Volumen der Pyramide.

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de