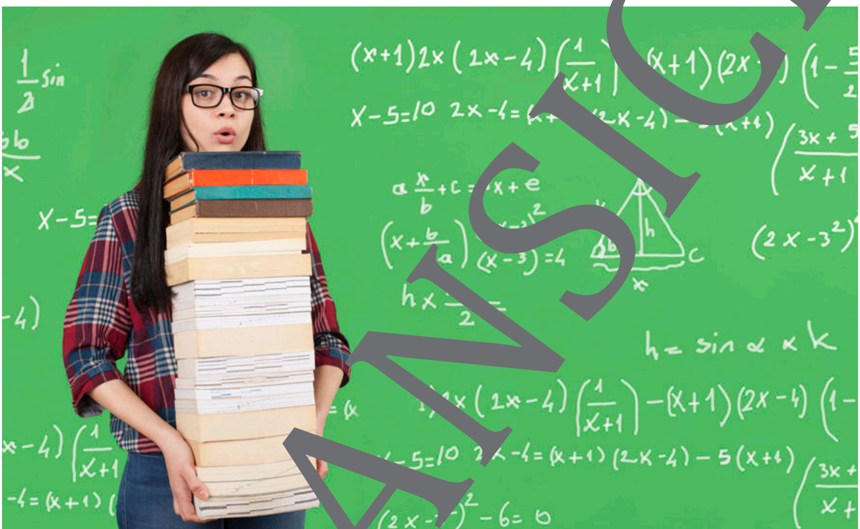
Übungsaufgaben: Geraden- und Ebenenscharen, Pyramide und Trapez, Symmetrie und Spiegelung

Alfred Müller



In sechs Übungsblättern trainieren die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen in der analytischen Geometrie. Mit einer Zeitvorgabe sowie einem Bewertungsschlüssel lassen sich die Übungen auch im Rahmen von Tests und Leistungsbeurteilungen verwenden.

Die Aufgaben decken ein breites Spektrum aus dem Bereich der analytischen Geometrie ab: Geraden- und Ebenengleichungen, Winkelbestimmungen sowie das Berechnen von Flächen und Volumina. Auch die Bestimmung von Teilverhältnissen, Winkelhalbierenden und Symmetriepunkten ist Teil der Aufgaben.

RAABE, KLASSE SCHULE

Übungsaufgaben: Geraden- und Ebenenschar, Pyramide und Trapez, Symmetrie und Spiegelung

Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Alfred Müller

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihr Wissen in der analytischen Geometrie unter realistischen Prüfungsbedingungen einzusetzen. Dabei decken die Aufgaben ein breites Spektrum aus dem Bereich der analytischen Geometrie ab.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt

● einfaches Niveau ■ mittleres Niveau ▲ schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Geraden- und Ebenengleichungen	M1–M6	AB
Winkelbestimmung	M2–M6	AB
Vektorraum und Basis	M1	AB
Teilverhältnis	M1, M2, M4	AB
Flächeninhalt	[illegible] M4	AB
Spiegelung	M2, M4	AB
Volumen	M3, M4	AB
Pyramide	[illegible], M4	AB
Winkelhalbierende	M3, M4, M6	AB
Symmetriepunkt	M6	AB

Differenzierung

Material	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Niveau	●	■	●	■	●	▲

Kompetenzprofil

Inhalt: Geraden und Ebenen, Vektorraum und Basis, Punkt und Spiegelpunkt, Dreieck und Schwerpunkt, Schnittpunkt und Schnittgerade, Schnittwinkel, Pyramide, Parameterform, Normalenform, Koordinaten, Trapez

Medien: GTR, CAS

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematisch kommunizieren (K6)

Vektorraum und Basis, Punkte und Geraden M1

1. Vektorraum und Basis
   a) Was versteht man unter einer Basis eines Vektorraumes? **[2 BE]**
   b) Für welche $u \in \mathbb{R}$ ergeben die folgenden drei Vektoren des Vektorraumes $\mathbb{R}^3$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ u \end{pmatrix}$ **[5 BE]**

2. Gegeben ist die Gerade g durch $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit dem Anfangspunkt $A(2|0|1)$.
   a) Zeigen Sie, dass die Punkte $B(8|6|-2)$ und $T(11|9|-\ldots)$ auf der Geraden g liegen. **[2 BE]**
   b) Bestimmen Sie das Teilverhältnis τ, in dem der Punkt T die Strecke $[AB]$ teilt. Beschreiben Sie die Lage des Punktes T in Bezug auf die Strecke $[AB]$ anhand einer Skizze. **[4 BE]**
   c) Berechnen Sie die Spurpunkte der Geraden g in der x_1x_2-Ebene und in der x_1x_3-Ebene. Fertigen Sie ein Schrägbild des Koordinatensystems mit der Lage der Geraden g an. **[5 BE]**
   d) Auf der Geraden g ist der Punkt $M(4|2|m_3)$ der Mittelpunkt einer Strecke $[QB]$. Bestimmen Sie die Koordinaten von Q und geben Sie an, welcher besonderer Punkt der Punkt Q ist. Zeichnen Sie ihn in das unter Aufgabe 1c) angelegte Schrägbild ein. **[4 BE]**
   e) Geben Sie dann die Gleichung einer Geraden h an, die die Gerade g im Punkt A schneidet und parallel zur x_1x_3-Koordinatenebene verläuft. **[3 BE]**

3. Gegeben sind ferner die drei Punkte $D(6|0|0), F(6|1|2)$ und $G(3|2|-2)$.
   a) Zeigen Sie, dass die drei Punkte D, F und G nicht auf einer Geraden liegen. Geben Sie eine Gleichung derjenigen Ebene E sowohl in Parameterform als auch in Normalenform an, die durch diese drei Punkte festgelegt ist. **[5 BE]**
   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes R der Geraden g mit der Ebene E sowie die Schnittpunkte der Ebene E mit den Koordinatenachsen. Tragen Sie dann die Schnittpunkte in das unter 1c) angelegte Schrägbild ein. **[6 BE]**
   c) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes W so, dass das Viereck QDBW ein Parallelogramm mit dem Mittelpunkt R ist. Zeichnen Sie das Parallelogramm in das obige Schrägbild. **[4 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten **Gesamt: [40 BE]**