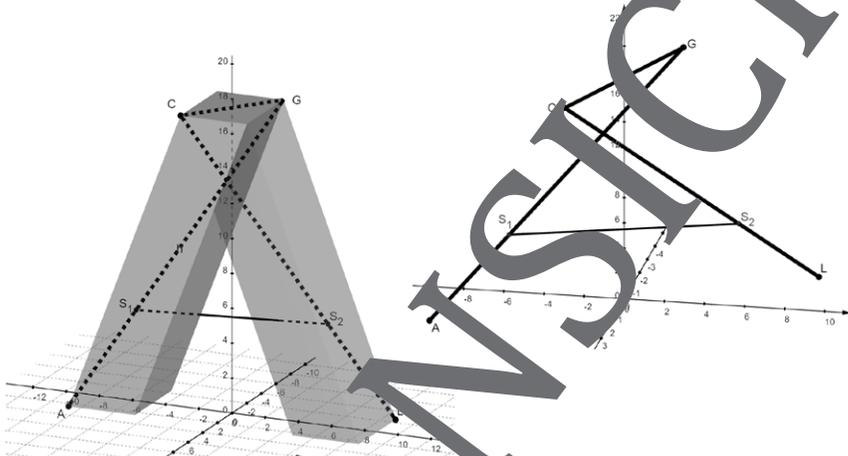


# Analytische Geometrie mit dem Buchstaben „A“

Günther Weber



© Günther Weber

Eine 3-D Pappfigur, die ein „A“ darstellt, dient als Vorlage für eine stilisierte Variante des Buchstabens. Anhand der Pappfigur bestimmen Ihre Schülerinnen und Schüler die ebenen Koordinaten der Eckpunkte des Buchstabens und übertragen sie in ein geeignetes räumliches Koordinatensystem um ein dreidimensionales „A“ zu bilden. Durch das Verbinden von geeigneten Punkten des Buchstabens im Raum entsteht das stilisierte Modell, bei dem die Längen, Winkel, Flächen und Abstände mit den Methoden der Analytischen Geometrie untersucht werden. Ein vergrößertes Modell des Buchstabens wird durch einen Bogen verschönert und als Gartendekoration aufgestellt, anhand der die Jugendlichen weitere Untersuchungen mit den Methoden der Analytischen Geometrie durchführen.

# Analytische Geometrie mit dem Buchstaben „A“

## Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
Abstand windschiefer Geraden	3
Aufgaben	5
Lösungen	10

### Die Schülerinnen und Schüler lernen

ihre bereits erworbenen Fähigkeiten der Analytischen Geometrie im räumlichen Koordinatensystem sicher anzuwenden. Dabei müssen sie Parameter so bestimmen, dass Drei- und Vierecke sowie Prismen gewünschte Eigenschaften besitzen. Ferner bilden sie aufgrund einer zweidimensionalen Figur einen dreidimensionalen Körper, an dem sie weitere Untersuchungen durchführen. Sie arbeiten mit (windschiefen) Geraden und Ebenen im Raum und untersuchen einen Kreisbogen, der an dem zuvor gebildeten Körper angelegt wird.

## Hinweise

### Lernvoraussetzungen:

Die Lernenden sollten Geradengleichungen in der Ebene aufstellen können. Sie können die Flächeninhaltsformel von Dreieck und Trapez, die Formel für die Bogenlänge eines Kreisbogens sowie die Volumenformel für ein Prisma. Mit den Methoden der analytischen Geometrie können die Jugendlichen Abstandsberechnungen durchführen und Winkel zwischen geometrischen Objekten bestimmen. Im Aufstellen von Geraden- und Ebenengleichungen sowie im Bestimmen der Schnittpunkte von Geraden bzw. Gerade und Ebenen sind Ihre Schüler und Schülerinnen geübt. Sie können die Projektion eines Punktes in eine Ebene. Die Bestimmung des Abstandes von schiefen Geraden muss nicht bekannt sein und kann während der Einheit (als Zusatzaufgabe) geübt werden.

### Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

[https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP\\_GOST\\_Mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOST_Mathematik.pdf) (aufgerufen am 25.04.2023)

finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar,
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen,
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Kollinearität, Winkel- und Längenberechnung),
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

In der ebenen Geometrie können die Berechnungen auch mithilfe von Funktionen durchgeführt und anschließend auf den Raum übertragen werden. Das fördert insbesondere folgende Kompetenzen des Lehrplans des Landes Baden-Württemberg zur Leitidee „Raum und Form“

[http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/ANW/11\\_12-BF/0](http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/ANW/11_12-BF/0)  
(aufgerufen am 25.04.2023)

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zur Veranschaulichung der Aufgabenstellung und zur Überprüfung der Ergebnisse.

### Methodisch-didaktische Anmerkungen:

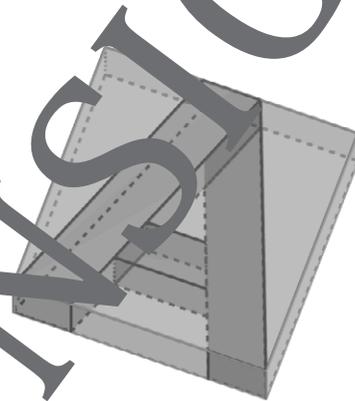
Vor der Bearbeitung von **Aufgabe 1)** erklären Sie noch einmal den Unterschied zwischen „Fußpunkt der Schenkel“ und „Fuß des Buchstaben“ anhand der Abbildung. Zur Bestimmung werden die ebenen Koordinaten verglichen. Sind bei **Aufgabe 3f)** die Taschenrechnerbefehle unbekannt, so klären Sie diese im Unterrichtsgespräch. Bei der Bearbeitung der **Zusatzaufgabe bei Aufgabe 3)** können Sie die Lerngruppen aufteilen, und jede Gruppe bestimmt den Abstand der windschiefen Geraden auf einem anderen Lösungsweg. Anschließend vergleichen und besprechen die Schülerinnen und Schüler die Ergebnisse und Lösungswege. Bei **Aufgabe 4)** wiederholen Sie vor der Bearbeitung, dass der Umkreismittelpunkt eines Dreiecks gleich dem Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist. Bei **Aufgabe 5c)** kann der Hinweis erfolgen, dass man beim Schattenpunkt des Punktes  $S_1$  die Koordinaten beachten muss.

Viele der Aufgabenstellungen können auch im schriftlichen Abitur vorkommen. Damit eignen sich die Lösungen besonders für die Vorbereitung auf das Abitur.

## Aufgaben

M2

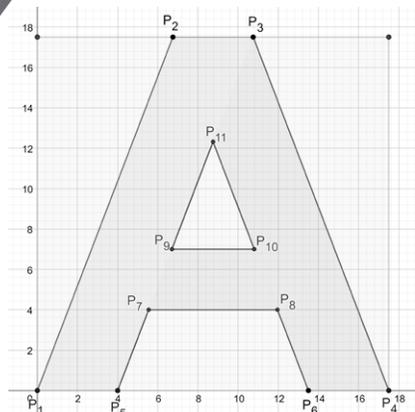
Ein 3-D Pappbuchstabe „A“ wird in einem quaderförmigen Karton mit quadratischer Grundfläche angeliefert. Die Kantenlänge der Grundfläche beträgt 17,5 cm, die Höhe des Kartons 5 cm. Der im Karton liegende Buchstabe ist symmetrisch und berührt die Seitenflächen des Kartons. Die Fußpunkte  $P_1$  und  $P_5$  bzw.  $P_4$  und  $P_6$  der „Schenkel“ des Buchstabens sowie die oberen Punkte  $P_2$  und  $P_3$  haben jeweils einen Abstand von 4 cm, die Verbindung der beiden „Schenkel“ des Buchstabens (der „Querbalken“) ist 4 cm vom Fuß des Buchstabens entfernt und 3 cm dick.



© RAABE 2023

1. Der quaderförmige Karton wird so in den 1. Oktanten eines räumlichen Koordinatensystems gelegt, dass die hintere linke Ecke des Buchstabens im Koordinatenursprung liegt. Der Buchstabe wird parallelrecht in die Grundfläche projiziert (Grundriss).

- Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Buchstabens im Grundriss.
- Berechnen Sie, wie viel Prozent des Volumens der Buchstabe im Karton einnimmt.



Grafiken und Foto: Günther Weber

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**