

Kugeln und Pyramiden – Vermischte Übungen aus Analytischer Geometrie

Alfred Müller



© Richard Drury / DigitalVision / Getty Images Plus

In sieben umfangreichen Rechenaufgaben beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler mit Kugeln und Pyramiden. Dabei berechnen sie Oberflächen und Volumina, ermitteln Schnittpunkte und Schnittgeraden und bestimmen Tangenten sowie Tangentialebenen. Ferner wenden Sie die zentrische Streckung an, bestimmen die Daten der Umkugel einer Pyramide und untersuchen, in welchem Schwinkel die vorgegebenen Körper erscheinen.

Die Sammlung bietet sowohl einfache als auch anspruchsvolle Aufgaben.

Kugeln und Pyramiden – Vermischte Übungen aus Analytischer Geometrie

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Alfred Müller

M1 Übungsaufgaben	1
Lösungen	4

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

- Kugelgleichung
- Pyramide
- Schnittpunkte und Schnittgeraden
- Bestimmung von Flächeninhalten und Volumina
- Bestimmung von Sehwinkel
- Zentrische Streckung
- Umkugel

VORANSICHT

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

BA Bildanalyse



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Übungsaufgaben	M1	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Pyramide, Kugel, Kugelgleichung, Volumen, Flächeninhalt, Schnittpunkt, Schnittgerade, Zentrische Streckung, Winkel, Drehwinkel, Umkugel, Kathetensatz, Satz des Pythagoras

Medien: GTR, CAS

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Übungsaufgaben

M1

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $P(15|3|9)$, $Q(-27|18|-24)$ und $R(7|7|7)$ sowie die Ebene $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6 = 0$ gegeben.
- Die drei Koordinatenachsen schneiden die Ebene E in den Punkten U, V und W . Berechnen Sie das Volumen des Körpers $OUVW$, wenn O der Koordinatenursprung ist.
 - Die Gerade g durch die Punkte P und Q schneidet die Ebene E in einem Punkt D . Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D sowie den Abstand des Punktes P von der Ebene E .
 - Auf der Geraden h durch die Punkte P und R gibt es einen Punkt S , der vom Ursprung den kleinsten Abstand besitzt. Welche Koordinaten hat der Punkt S und wie groß ist dieser Abstand?
 - Die Gerade m liegt in der Ebene E , geht durch den Punkt V und steht senkrecht auf der Schnittgeraden s der Ebene E mit der x_1x_2 -Ebene. Geben Sie eine Gleichung der Geraden m an.

2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Ebene $E: 4x_1 + 4x_2 + 12x_3 = 0$ und eine Kugel K mit dem Radius $r = 26$ LE und dem Ursprung O als Mittelpunkt gegeben.

- Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Tangentialebenen T_1, T_2 zur Kugel K , die parallel zur Ebene E sind.
- Die Ebene E schneidet die x_1x_2 -Koordinatenebene unter einem Winkel α . Berechnen Sie die Größe dieses Winkels.
- Eine zur Ebene E parallele Ebene E' schneidet die Kugel K in einem Kreis k , der zusammen mit dem Ursprung O einen geraden Kreiskegel K' mit der Höhe h und dem Grundkreisradius ρ bildet. Geben Sie das Volumen $V = V(\rho)$ dieses Kegels K' als Funktion der Variablen ρ an.

Das Volumen des Kegels kann auch als Funktion der Variablen h als $V = V(h)$ angegeben werden. Wie muss h gewählt werden, damit das Volumen V des Kegels K' maximal wird?

3. Auf der Geraden $g: \vec{x} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ liegt ein Punkt P , von dem aus die Kugel unter einem Winkel von 60° gesehen wird. Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes P an.

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de