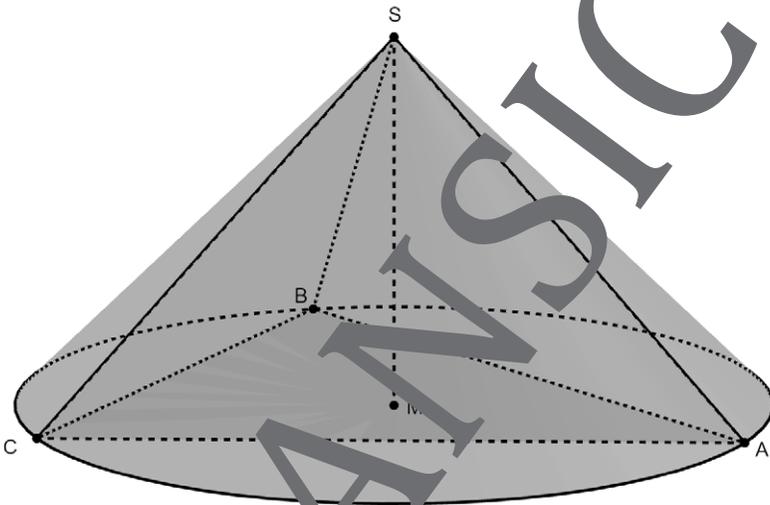


## E.2.42

### Lagebeziehungen

## Dreiecke im Raum, Pyramide und Kegel, Spiegelung und mehr – Übungsaufgaben aus Analytischer Geometrie

Alfred Müller



© RAABE 2025

Grafik: Günter Gerstbrein

Mit Objekten im Raum beschäftigen sich die beiden Aufgabenblätter dieses Materials. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Dreiecke im dreidimensionalen Raum sowie die Ebenen, die davon aufgespannt werden. In weiterer Folge bilden sie Pyramiden sowie, mithilfe des Umkreises eines Dreiecks, einen Kegel.

Längen- und Flächenberechnungen sowie die Bestimmung von Winkel und die Ermittlung von Spielpunkten werden das Aufgabenspektrum dieses Materials ab.

## KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	11/12/13
<b>Kompetenzen:</b>	Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
<b>Methoden:</b>	Analyse, Computer- und Softwareeinsatz, Übungen
<b>Thematische Bereiche:</b>	Dreiecke, Ebenen, Ebenenschar, Geraden, Pyramiden, Kugel, Kegel, Schwerpunkt, Flächen, Volumen, Winkel, Spiegelung

## Fachliche Hinweise

Die Jugendlichen verfügen über räumliches Vorstellungsvermögen und können mit Punkten, Geraden und Ebenen sowie Ebenenscharen im Raum umgehen. Sie modellieren Pyramiden und Kegel und sind in der Lage, eine Kugelgleichung aufzustellen. Die Berechnung von Schnittwinkel, Flächen und Volumen sind ihnen ebenso geläufig wie die Bestimmung von Schnittpunkten, Schnittgeraden und Spiegelepunkten.

## Auf einen Blick

### Übungsaufgaben aus Analytischer Geometrie

- M 1 Dreieck, Geraden, Kegel und Kugel
- M 2 Dreieck, Schwerpunkt, Spiegelung und Ebenenschar

## Dreieck, Pyramide, Kegel und Kugel

M 1

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(-2|-2|2)$ ,  $B(2|-4|2)$  und  $C(1|4|2)$  gegeben.
- Zeichnen Sie das Dreieck ABC in ein räumliches Koordinatensystem und beschreiben Sie dessen besondere Lage. Prüfen Sie, ob das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig ist. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt.
  - Zeichnen Sie die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mu \in \mathbb{R}$  in das angelegte Koordinatensystem und zeigen Sie, dass g einen Winkel des Dreiecks ABC schneidet.
  - Das Dreieck ABC wird durch die  $x_2x_3$ -Ebene in zwei Teile geteilt. Berechnen Sie die Inhalte der Teilflächen.
  - Der Punkt  $S(0|0|7)$  bildet mit den Punkten A, B, C eine Pyramide. Zeichnen Sie diese in das angelegte Koordinatensystem und berechnen Sie deren Volumen. Geben Sie die Koordinaten eines weiteren Punktes  $S'$  auf der  $x_3$ -Achse an, der mit dem Dreieck ABC als Grundfläche eine Pyramide gleichen Inhalts erzeugt. Warum gibt es keinen solchen Punkt auf der  $x_3$ -Achse?
  - Der Umkreis des Dreiecks ABC bildet zusammen mit dem Punkt S als Spitze einen Kegel. Bestimmen Sie den Prozentsatz des Anteils, den das Volumen der Pyramide an dem des Kegels ausmacht.

2.

- Die Gerade  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$  schneidet die Gerade g im Punkt D unter dem Winkel  $\varphi$ . Bestimmen Sie den Winkel  $\varphi$ , die Koordinaten des Punktes D und die Längen der Seiten des Dreiecks ABD. Was kann man daraus folgern?
- Eine Kugel K hat den Durchmesser  $d = \overline{AB}$ . Geben Sie eine Gleichung von K an und zeigen Sie, dass der Punkt D auf der Kugel K liegt.
- Eine Ebene E enthält die Gerade h und verläuft durch den Ursprung. Geben Sie eine Gleichung von E in Normalenform an und berechnen Sie den Abstand des Punktes A von dieser Ebene.

# Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.  
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online  
14 Tage lang kostenlos!

[www.raabits.de](http://www.raabits.de)

