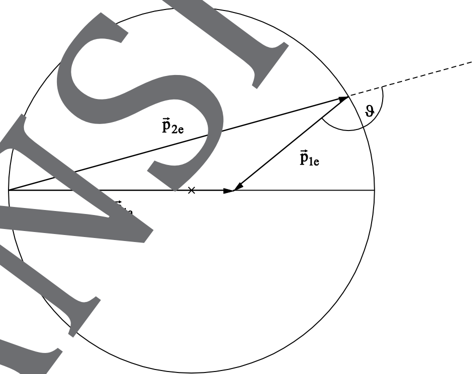
UNTERRICHTS MATERIALIEN

Physik Sek. II



Elastischer Stoß

Aufgaben und geometrische Herleitungen zu einem elementaren Vorgang der Physik

RAABE, KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Ausgabe 4/2018

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Stephanie S[illegible]
Satz: Röser MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Illustrationen: Gerhard Deyke
Bildnachweis Titel: Gerhard Deyke

Elastischer Stoß

In dieser Aufgabe wird der elastische Stoß zwischen zwei Newton'schen Teilchen, also Teilchen, welche sich mit Geschwindigkeiten $v \ll c$ (Vakuum-Lichtgeschwindigkeit) bewegen, untersucht. Insbesondere wird der Frage nach den möglichen „Streuwinkeln" der beteiligten Teilchen nachgegangen.

1. Die beiden kollidierenden Teilchen haben die Massen m_1 und m_2. Aus Gründen der Zweckmäßigkeit wird angenommen, dass Teilchen 2 (mit der Masse m_2) in dem Koordinatensystem, in dem wir den Stoß betrachten, vor dem Stoß ruht. Alle Größen, die sich auf die Teilchen vor dem Stoß beziehen, werden mit „a" indiziert (Anfangszustand des Systems), alle Größen, welche sich auf die Teilchen nach erfolgtem Stoß beziehen, werden mit „e" indiziert (Endzustand des Systems). So hat etwa Teilchen 1 vor dem Stoß die Geschwindigkeit v_{1a}.

   Die Physik des elastischen Stoßes zwischen den genannten Teilchen wird vollständig beschrieben durch die beiden nachfolgenden Gleichungen:

   $$\vec{p}_{1a} = \vec{p}_{1e} + \vec{p}_{2e} \qquad (1)$$

   $$\frac{\vec{p}_{1a}^{\,2}}{2 \cdot m_1} = \frac{\vec{p}_{1e}^{\,2}}{2 \cdot m_1} + \frac{\vec{p}_{2e}^{\,2}}{2 \cdot m_2} \qquad (2)$$

   $\vec{p}$ ist ein Impuls. Interpretieren Sie die beiden Gleichungen (1) und (2) im vorliegenden Kontext.

2. Will man etwas über die Richtung erfahren, in der sich Teilchen 2 nach der Kollision bewegt, also über den Winkel $\sphericalangle(\vec{p}_{1a}, \vec{p}_{2e}) = \Theta_{2e}$, ist es vorteilhaft, das skalare Produkt $\vec{p}_{1a} \cdot \vec{p}_{2e}$ zu untersuchen. Leiten Sie mithilfe der Gleichungen (1) und (2) die folgende Beziehung her:

   $$p_{2e} = \left|\vec{p}_{2e}\right| = \frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot p_{1a} \cdot \cos\Theta_{2e} \qquad (*)$$

3. Man sieht, dass Teilchen 2 nach dem Stoß im Winkelbereich $-90° \le \Theta_{2e} \le 90°$ davonfliegt. Weiter sieht es nach einer Interpretation von Gleichung (*) so aus, als wenn bei einem bestimmten Impuls p_{1a} des Teilchens 1 das Teilchen 2 unter beliebigem Winkel aus dem genannten Winkelbereich „gestreut“ werden könnte.
Ferner ergibt sich aus Gleichung (*) eine geometrische Konstruktion der Impulse $\vec{p}_{1e}$ und $\vec{p}_{2e}$. Unter Beachtung der Definition des Cosinus im rechtwinkligen Dreieck, müssen alle denkbaren Impulsvektoren $\vec{p}_{2e}$ in einem Kreis, mit Durchmesser $\frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot p_{1a}$ liegen (siehe Abbildung 1).

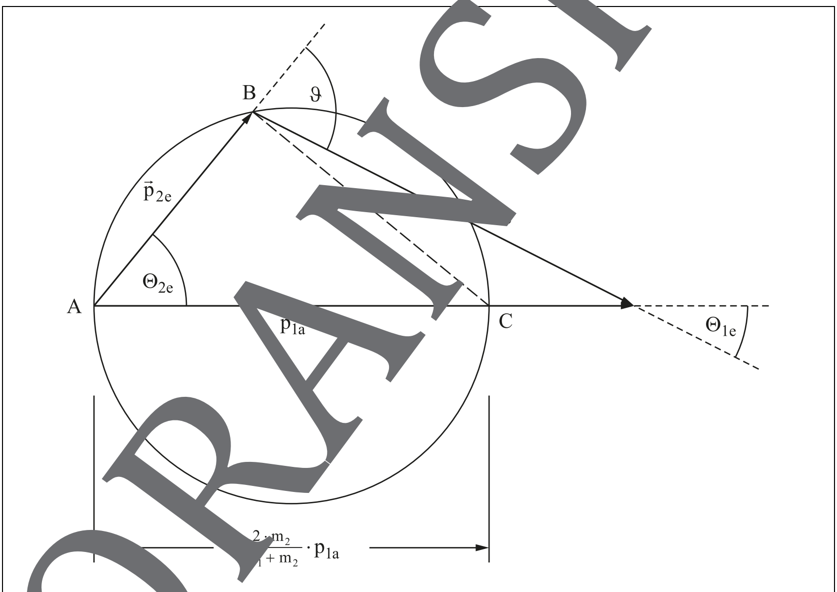


Abb. 1 Impulsdiagramm beim elastischen Stoß

Das Dreieck ΔABC ist rechtwinklig, der Winkel $\sphericalangle(ABC)$ beträgt als Umfangswinkel über einem Durchmesser 90° (Thales-Satz). Auch der Impulsvektor $\vec{p}_{1e}$ lässt sich konstruieren. Konstruierbar sind ebenfalls die Winkel $\sphericalangle(\vec{p}_{1a}, \vec{p}_{2e}) = \Theta_{1e}$ und $\sphericalangle(\vec{p}_{1e}, \vec{p}_{2e}) = \theta = \Theta_{1e} + \Theta_{2e}$.

Behandeln Sie nun den folgenden elastischen Stoß zweier Stahlkugeln geometrisch:

$$m_1 = 45 \text{ g},\ m_2 = 30 \text{ g und } v_{1a} = 350\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ und } v_{2a} = 0$$

Kugel 2 wird unter dem Winkel $\sphericalangle(\vec{p}_{1e}, \vec{p}_{2e}) = \Theta_{2e} = 45°$ gestreut. Ermitteln Sie den Winkel $\sphericalangle(\vec{p}_{1e}, \vec{p}_{2e}) = \theta$ sowie die Geschwindigkeit $\vec{v}_{1e}$ und $\vec{v}_{2e}$ nach dem Stoß.

4. Eine Berechnung von Größenwerten ist natürlich einer zeichnerischen Ermittlung überlegen. Berechnen Sie daher auch die unter Teilaufgabe 3 gewünschten Größen. Vergleichen Sie Ihre berechneten Größenwerte mit denen sich aus der Konstruktion unter Teilaufgabe 3 ergeben haben.

5. Unter den Teilaufgaben 3 und 4 hatte das stoßende Teilchen 1 eine größere Masse als das gestoßene Teilchen. Dann war $\theta < 90°$. Sagen Sie den Winkel θ für den Fall $m_1 = m_2$ voraus.

6. Schließlich untersuchen wir noch einen elastischen Stoß mit $m_1 = 60$ g, $m_2 = 600$ g, $v_{1a} = 800\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $v_{2a} = 0$. Das Teilchen 2 wird unter dem Winkel $\Theta_{2e} = 70°$ gestreut. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten v_{1e} und v_{2e} nach dem Stoß, sowie den Winkel θ.

7. Sie werden bemerkt haben, dass der Winkel θ zwischen den Impulsvektoren der davonfliegenden Teilchen größer als 90° (und immer kleiner als 180°) ist. Begründen Sie, dass dies immer der Fall ist, wenn $m_1 < m_2$ gilt.