UNTERRICHTS MATERIALIEN

Physik Sek. II

Orbitalparadoxie

Von welcher Stelle der Umlaufbahn sollte man die Reise starten?

RAABE
KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-[illegible]
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: [illegible] Wittnebel
Satz: Reiser MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: 3DSculptor/iStock/Getty Images Plus

Orbitalparadoxie

Im Buch von W. N. Komarow: Neue unterhaltsame Astronomie[1] befindet sich ab Seite 86 das folgende bemerkenswerte Kapitel: 2.11. Orbitalparadoxien.

„Wie wir bereits wissen, liegen der Bewegung der Himmelskörper die Kepler'schen Gesetze und das Newton'sche Gravitationsgesetz zugrunde. Diese Gesetze scheinen so grundlegend zu sein, dass man ungewollt den Eindruck erhält, man könne auch ohne Rechnungen, sozusagen qualitativ, vieles über die Bewegung der Himmelskörper aussagen, wenn man nur vom physikalischen Inhalt dieser Gesetze ausgeht. Manchmal gelingt das tatsächlich nicht schlecht. Doch in einer Reihe von Fällen führen die Rechnungen zu Ergebnissen, die denen, die wir fast für offensichtlich halten würden, überhaupt nicht ähnlich sind.

Ein Raumschiff startet von Bord eines künstlichen Erdsatelliten, der sich auf einer elliptischen Bahn um unseren Planeten bewegt. In welchem Moment ist der Start am günstigsten, im Apogäum[2] oder im Perigäum[3] des Satelliten? Die Antwort scheint vollkommen klar zu sein. Das Apogäum ist natürlich günstiger, denn je weiter man von der Erde entfernt ist, um so schwächer ist die Erdanziehung. Dementsprechend kleiner ist dann auch die Fluchtgeschwindigkeit und folglich auch der notwendige Treibstoffbedarf.

Doch darf man nicht vergessen, dass sich die Geschwindigkeit eines Sputniks[4] auf seiner Umlaufbahn nach dem zweiten Kepler'schen Gesetz[5] ändert. Im Apogäum ist sie am niedrigsten, im Perigäum am größten.

Was ist vorteilhafter? Eine kleine Fluchtgeschwindigkeit im Apogäum, doch dafür eine kleinere Anfangsgeschwindigkeit, oder eine große Anfangsgeschwindigkeit im Perigäum und dafür eine höhere Fluchtgeschwindigkeit, die das Raumschiff erreichen muss? Keinerlei qualitative Betrachtungen können diese Frage beantworten. Hier sind Berechnungen notwendig.

1 Verlag MIR, Moskau; BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1982; 3. Auflage mit [illegible] Abbildungen; in der Reihe „Kleine Naturwissenschaftliche Bibliothek“ erschienen.
2 Das Apogäum ist der Punkt auf der elliptischen Umlaufbahn eines Satelliten um die Erde, der die größte Entfernung zur Erde hat.
3 Die Erdnähe oder das Perigäum eines Satelliten ist der Punkt seiner elliptischen Umlaufbahn um die Erde, der dieser am nächsten liegt.
4 [illegible] „sputnik“ ist das russische Wort für „Satellit“.
5 Die Verbindungslinie Sonne – Planet bzw. Erde – Sputnik bestreicht in gleichen Zeiten gleich große Flächen.

1. Definieren Sie die Begriffe Apogäum und Perigäum.

Den Weg, der zu einer Entscheidung führt, zeigt Komarow auf: Man hat in den beiden Apsiden, d. h. den beiden Hauptscheiteln der Bahnellipse, in diesen Punkten sowohl die Geschwindigkeit des Satelliten als auch die Fluchtgeschwindigkeit zu bestimmen und deren Differenz zu bilden. Dieser Wert dient dazu die Entscheidung zu treffen, in welcher Apsis die beste Startmöglichkeit ist. Dazu wählt man aus der Vielzahl der Satelliten einen (willkürlich) heraus und berechnet seine betreffenden Werte.
Wir wählen den NASA-Satelliten EXPLORER 17[1]. Sein geringster Abstand von der Erde beträgt 255 km, während sein weitester Abstand 917 km beträgt.

Betrachten Sie die nebenstehende Abbildung. (Beachten Sie bitte, dass die Skizze nur zur Illustration der einzelnen Größen dient. Die Proportionen sind nicht korrekt.)

$$\overline{PZ} = \overline{AZ} = a,$$

$$\overline{PM} = r_P, \ \overline{AM} = r_A$$

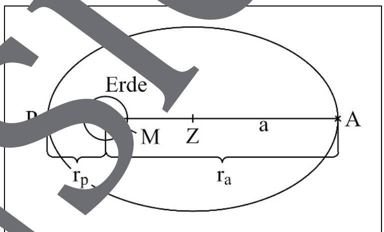
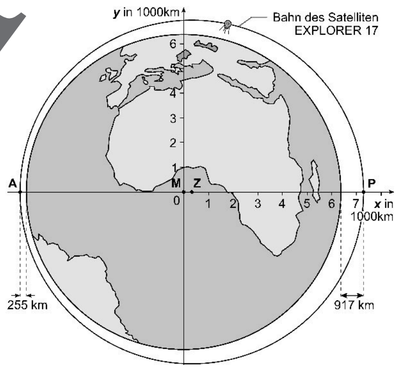


Abb. 1

2. Bestimmen Sie sowohl die große Halbachse a, als auch die numerische Exzentrizität ε der Bahnellipse von EXPLORER 17.

Es sind nun die Bahngeschwindigkeit des Satelliten in den Apsiden als auch die Fluchtgeschwindigkeit in diesen Punkten zu bestimmen.



3. a) Zeigen Sie, dass für die Bahngeschwindigkeit v_P im Perigäum gilt:

$$v_P = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a} \cdot \frac{r_A}{r_P}} \quad \text{oder} \quad v_P = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a} \cdot \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}$$

1 EXPLORER 17: Auch Atmosphere Explorer-A genannt. Start am 3. April 1963; er verblieb auf seiner Umlaufbahn bis zum 24. November 1966; seine Startmasse betrug 185 kg (nach Wikipedia).

Kompetenzprofil

- Niveau: Oberstufe, weiterführend
- Fachlicher Bezug: Astronomie, theoretische Physik
- Kommunikation: physikalische Texte erfassen, begründen, bewerten, vergleichen, argumentieren, Vermutungen äußern
- Problemlösen: Lösungen berechnen, Tabellen erstellen, Tabellen umorganisieren, Ergebnisse reflektieren
- Modellierung: –
- Medien: Lehrbücher, Internet
- Methode: Einzel- oder Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Satellit; Bahnellipsen; große Halbachse; numerische Exzentrizität; Apsiden; Perigäum; Apogäum; Bahngeschwindigkeit; Fluchtgeschwindigkeit; direkte Proportionalität

Autor: Werner Auer, Fürth

Lösung

1. Apogäum bzw. Perigäum sind der erdfernste bzw. der erdnächste Punkt der Ellipsenbahn eines Satelliten bzw. des Mondes um die Erde. Beide Punkte nennt man allgemein Apsiden.

2. Für den Abstand des Perigäums vom Erdmittelpunkt oder dem Brennpunkt der Bahnellipse r_P gilt: $r_P = h_P + r_{Erde}$, wobei h_P der Abstand von EXPLORER von der Erdoberfläche ist. Analog gilt für den Abstand des Apogäums $r_A = h_A + r_{Erde}$.

   Hinweis: Da die Masse des Satelliten wesentlich kleiner ist als die Masse der Erde, fällt der Brennpunkt der Bahnellipse mit dem Erdmittelpunkt zusammen.

   Für die große Halbachse a der Bahn ergibt sich dann:

   $2 \cdot a = r_P + r_A$ oder $a = \frac{1}{2} \cdot (r_P + r_A)$.

   Andererseits gilt für die beiden Apsidenabstände:

   $r_P = a \cdot (1 - \varepsilon)$ bzw. $r_A = a \cdot (1 + \varepsilon)$.