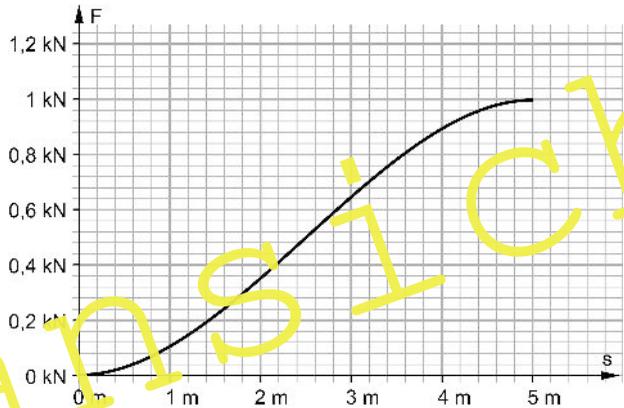


UNTERRICHTS MATERIALIEN

Physik Sek. II



Integrale in der Physik

Aufgaben für den Taschenrechner

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden die Erfindrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

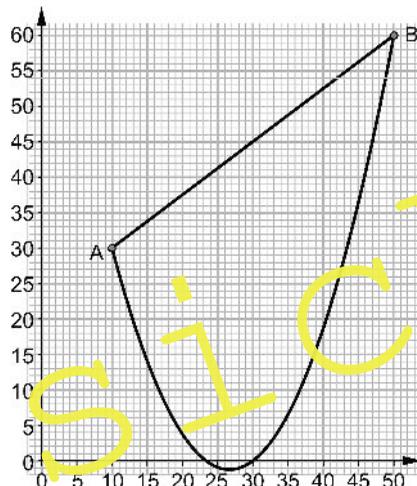
D. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röser MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Illustrationen: E. Kunesch
Bildnachweis Titel: E. Kunesch

Integrale in der Physik

Diese Aufgaben eignen sich z. T. auch als Referatsthemen. Zu ihrer Bearbeitung ist eine Software oder ein geeigneter Taschenrechner erforderlich, um auftretende Integrale berechnen zu können.

1. Frau Arnholt will mit ihrem Auto, das einen Benzinverbrauch von 5,7 Liter auf 100 km aufweist, von Althaus (A) nach Birndorf (B) fahren. Auf ihre Landkarte legt sie ein auf eine durchsichtige Folie gedrucktes Koordinatensystem. Dort besitzt A die Koordinaten (10/30) und B (50/60). Dabei wird den Koordinaten die Einheit km zugewiesen.



- a) Berechnen Sie, wie viele Minuten Frau Arnholt unterwegs ist, wenn sie mit einer konstanten Geschwindigkeit von 120 km/h auf der Autobahn von A nach B fährt, die die beiden Orte direkt verbindet.

- b) Bestimmen Sie den Benzinverbrauch. Wegen einer Baustelle ist die Autobahn gesperrt. Frau Arnholt muss nun eine Umleitung benutzen, die annähernd durch die Funktion $f(x) = 0,1125x^2 - 6x + 78,75$ beschrieben werden kann. Auf dieser Strecke herrscht jedoch eine Geschwindigkeitsbegrenzung von 80 km/h vor.

Hinweis: Bogenlänge einer Kurve:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

- c) Berechnen Sie, wie viel Zeit Frau Arnholt für die Umleitung einkalkulieren muss.
- d) Bestimmen Sie, wie viel Prozent mehr Benzin Frau Arnholt verbraucht.

2. Kraft – Weg – Arbeit

- a) Eine Schraubenfeder mit der Federhärte $D = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ wird um 12 cm gedehnt.

(α) Berechnen Sie die benötigte Kraft.

(β) Zeichnen Sie ein s-F-Diagramm.

(γ) Wie groß ist die dazu nötige Arbeit?

- b) Ein Motor wird mit veränderlicher Kraft beschleunigt. Dabei beginnt die Kraft bei 0 und erreicht bei $s = 5 \text{ m}$ einen lokalen Höhepunkt. Die Stärke der Kraft lässt sich in etwa durch die Funktion

$$F(s) = -\frac{2}{125} \cdot s^3 + \frac{3}{25} \cdot s^2$$

darstellen.

Berechnen Sie die dabei verrichtete Arbeit.

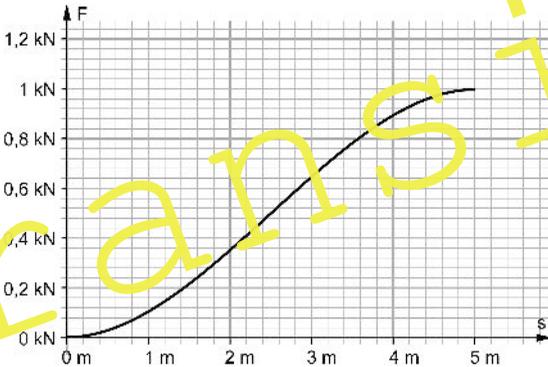


Abb. 2

3. Arbeit im inhomogenen Feld

- a) Berechnen Sie die Arbeit, die nötig ist, um einen Körper der Masse 5,0 kg von der Erdoberfläche auf 400 km Höhe zu bringen.

Hinweis: Gravitationskonstante $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$;

Erde Masse $M = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Erdradius $r_0 = 6370 \text{ km}$

- b) Wie groß ist die Arbeit, um einen Körper der Masse 2,0 kg aus dem Gravitationsfeld der Erde zu entfernen?

- c) Auf einer geladenen Kugel sitzen $6,25 \cdot 10^{11}$ negative Elementarladungen.
Ein Proton wird aus dem Unendlichen von der Kugel angezogen.
Welche Geschwindigkeit besitzt es in 18 cm Entfernung vom Kugelmittelpunkt?
(Elementarladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C;
Masse des Protons $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg)
4. Ein Kondensator der Kapazität $10 \mu\text{F}$ wird auf 40 V aufgeladen und anschließend über einen Widerstand von 400Ω entladen.
- Berechnen Sie die im Kondensator vorhandene Anfangsladung zu Beginn des Entladevorgangs.
 - Bestimmen Sie die Anfangsstromstärke im Widerstand.
 - Berechnen Sie die im Kondensator nach $3,0 \text{ ms}$ noch vorhandene Ladung.
 - Bestimmen Sie, wie viel Ladung nach $3,0 \text{ ms}$ abgeflossen ist.
 - Berechnen Sie mithilfe der Integralrechnung die in den ersten $3,0 \text{ ms}$ abgeflossene Ladung.

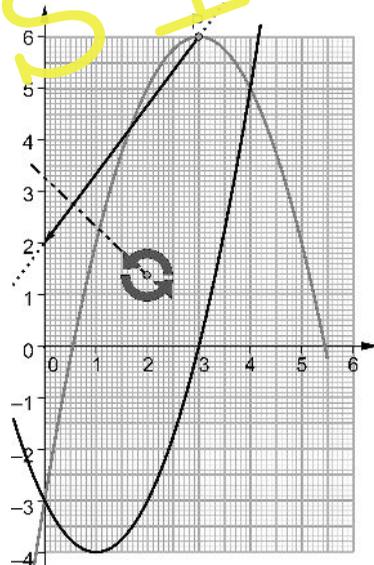
5. Drehmoment
Durch den Schwerpunkt einer von
den Parabeln
 $p_1: y = -x^2 - 2x - 3$
 $p_2: y = -x^2 + 6x - 3$
eingeschlossenen festen Folie mit
vernachlässigbarer Dicke verläuft
senkrecht zur Fläche eine Drehachse.

Am Punkt $P(3/6)$ greift eine Kraft
von $5,0 \text{ N}$, die auf der Trägergeraden
mit der Gleichung

$$g: y = \frac{4}{3}x + 2$$

liegt, nach links unten an.

Berechnen Sie den Betrag des
Drehmoments.



Kompetenzprofil

- Niveau: Oberstufe vertiefend/grundlegend
- Fachlicher Bezug: –
- Kommunikation: Physikalische Texte erfassen, argumentieren, Vermutungen äußern
- Problemlösen: Probleme formulieren, Darstellungen verwenden, Ergebnisse angeben, komplexe Berechnungen
- Modellierung: –
- Medien: Lehrbücher, Internet, Formelsammlung, integralberechnende Software
- Methode: Einzel- oder Gruppenarbeit, Referat
- Inhalt in Stichworten: Benzinverbrauch auf ungeraden Wegen (Bogenlänge), Arbeit bei konstanter und veränderlicher Kraft, Arbeit in inhomogenen Feldern, Auf- und Entladen eines Kondensators, Drehmoment bei unregelmäßigen Flächen, Leistung im Wechselstromkreis.

Autor: Erwin Kunesch, Gmund

Lösungen

1. a) Mithilfe des Satzes von Pythagoras lässt sich die Länge der direkten Strecke berechnen:

$$\sqrt{(50 \text{ km} - 10 \text{ km})^2 + (60 \text{ km} - 30 \text{ km})^2} = \sqrt{2500 \text{ km}^2} = 50 \text{ km} .$$

Bei einer Geschwindigkeit von $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ benötigt Frau Arnholt wegen

$$t = \frac{s}{v} \text{ eine Zeit von } t = \frac{50 \text{ km}}{120 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{5}{12} \text{ h} = 25 \text{ min} .$$

- b) Für den Verbrauch gilt: $\frac{5,7 \text{ l}}{100 \text{ km}} \cdot 50 \text{ km} = 2,85 \text{ l} .$

- c) Zunächst wird die Länge der Umleitungsstrecke benötigt:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_{10}^{50} \sqrt{1 + (2 \cdot 0,1125 \cdot x - 6)^2} dx \approx 104,454 .$$