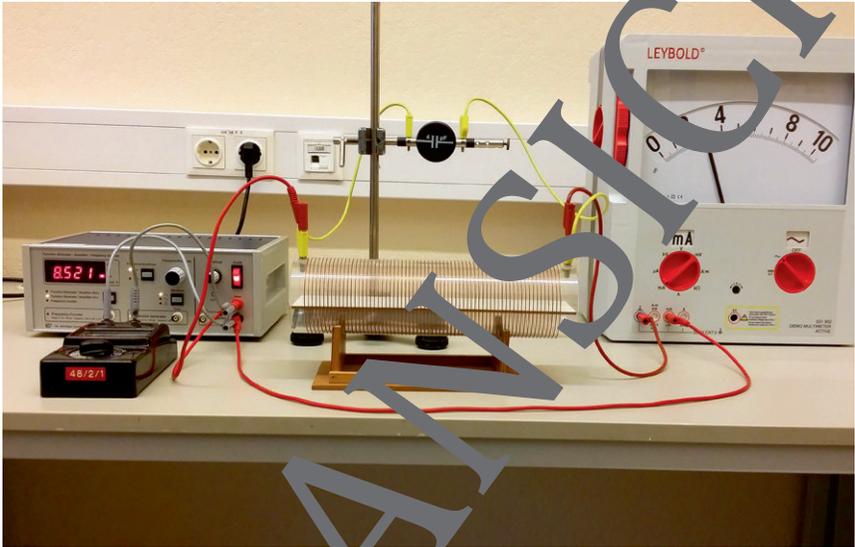


# Messung der Induktivität einer Spule

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von: Dr. Wolfgang Zettlmeier



© Gerhard Deyke

Ihre Schüler lernen mit mathematischen Werkzeugen, wie quadratischen Gleichungen und Ableitungsregeln, physikalische Probleme zu lösen. Sie werden dazu angeregt, Neues zu erforschen, naturwissenschaftlich zu argumentieren und Lösungen zu interpretieren. Durch verschiedene Versuche, Mess- und Berechnungsverfahren wird die Induktivität von Spulen erforscht.

## Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Die Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch als vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in andere Werke eingesetzt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Extranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist gemäß GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für die Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH  
Ein Unternehmen der Kleinfachgruppe  
Rotebühlstraße 77  
70178 Stuttgart  
Telefon +49 711 62900-0  
Fax +49 711 62900-60  
meinRAABE@raabe.de  
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel  
Satz: RÖHM MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe  
Bildnachweis Titel: Gerhard Deyke, Hamburg  
Illustrationen: Dr. Wolfgang Zettlmeier  
Korrektur: Wanda Hitzzenauer, Regensburg; Johanna Stotz, Wyhl a. K.

# Messung der Induktivität einer Spule

## Oberstufe (grundlegend)

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von: Dr. Wolfgang Zettlmeier

Einleitung	1
Aufgaben	3
Lösungen	10

### Die Schüler lernen:

Mit mathematischen Werkzeugen, wie quadratischen Gleichungen und Ableitungsregeln, lösen die Schüler physikalische Probleme. Sie werden dazu angeregt, Neues zu erforschen, naturwissenschaftlich zu argumentieren und Lösungen zu interpretieren. Durch verschiedene Versuche, Mess- und Berechnungsverfahren wird die Induktivität von Spulen erforscht.

# Messung der Induktivität einer Spule

## Einleitung

Die Induktivität  $L$  einer Spule ist eine Kenngröße, welche die magnetischen Eigenschaften dieser Spule beschreibt. Damit ist sie vergleichbar mit der Kapazität  $C$  eines Kondensators, die elektrischen Eigenschaften dieses Kondensators beschreibt.

Man definiert  $L$  als den Proportionalitätsfaktor zwischen der Änderungsrate der Stromstärke, die für eine zeitliche Änderung eines Magnetfeldes sorgt und der dabei infolge von Induktion auftretenden Induktionsspannung, also

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}; \quad U_{\text{ind}}(t) = -L \dot{I}(t) \quad (1)$$

Aus Gl (1) ergibt sich sofort die Einheit  $1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$ .

Sie wurde nach dem amerikanischen Physiker J. Henry (1797–1878) als „1 H“ (lies: ein Henry) benannt. Das Minuszeichen ist dem Lenz'schen Gesetz geschuldet, nach dem der Induktionsstrom stets so gerichtet ist, dass er seiner Entstehungursache entgegenwirkt. Nur für sog. lange Zylinderspulen ist eine theoretische Voraussage möglich.

Es gilt für diesen Spulentyp:

$$L \approx \mu_0 \cdot \frac{n^2}{l} \cdot A \quad (2)$$

Dabei ist  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante,  $n$  die Windungszahl der Spule,  $l$  ihre Länge und  $A$  ihre Querschnittsfläche.

### **Wichtiger Hinweis:**

Gleichung (2) darf nur als Näherungsformel betrachtet werden, da in ihrer Herleitung der magnetische Fluss durch nur einen Windungen der Spule als konstant angesehen wird, was nicht exakt ist. Wenn der Fluss durch Windungen an den Spulenenden ist deutlich geringer als durch Windungen in der Spulenmitte.

Im Beitrag geht es darum,  $L$  (für verschiedene Spulenformen) zu messen.

Zunächst wird eine „kurze Experimentierspule“ mit  $n = 10^3$  Windungen untersucht, die in Versuchen häufig verwendet wird (s. auch Abb. 1 auf der nächsten Seite).

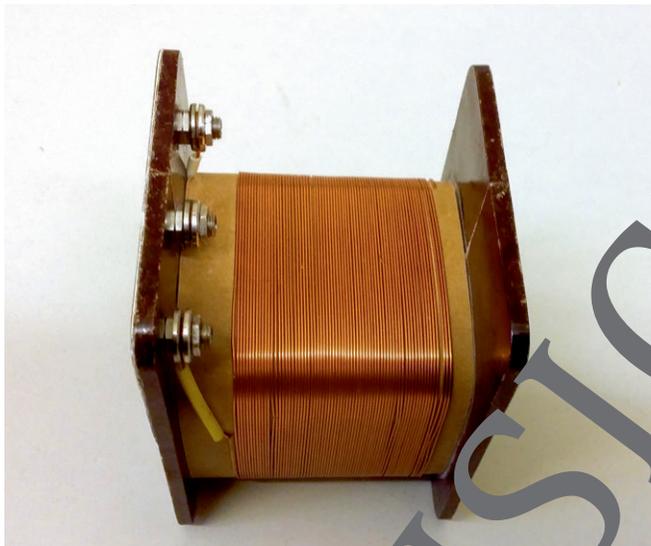


Abb. 1, Foto: Gerhard Deyke

Die Induktivität ist eine physikalische Größe, die sich erst bei zeitlich nicht konstanten Strömen zu erkennen gibt. Wir werden daher bei unseren Messverfahren z. B. sinusförmige Wechselströme verwenden.

### Erstes Verfahren:

Für den Wechselstromwiderstand (die sog. *Impedanz*)  $Z$  eines Stromkreises mit Ohm'schem Widerstand  $R$  und Induktivität  $L$  in Reihe gilt bekanntlich:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2} \quad (3)$$

Jede (reale) Spule hat einen Ohm'schen Widerstand  $R$ , da sie einen langen „aufgewickelten“ Draht besitzt. Und einen induktiven Widerstand  $\omega L$ .

Sie stellt demnach eine Realisation des zu Gl. (3) beschriebenen Stromkreises dar.

Daraus ergibt sich folgendes Messverfahren für L.

In einem Vorversuch mit Gleichstrom wird ihr Ohm'scher Widerstand R ermittelt.

In dem nachfolgenden Hauptversuch wird die Spule mit Wechselstrom der Frequenz f

beschickt und  $Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$  (Effektivwerte) gemessen.

Mithilfe von (3) kann dann L berechnet werden.

In einem entsprechenden Versuch wurden die nachfolgenden Messdaten ermittelt.

#### **Vorversuch:**

An die Spule wurde eine variable Gleichspannung U angelegt und der dabei fließende Strom der Stärke I beobachtet. Die nachfolgende Tabelle gibt die Messwerte wieder.

Nr.	U in V	I in mA
1	0,89	93
2	1,76	186
3	2,30	246
4	2,71	291

#### **Hauptversuch:**

An die Spule wurde die sinusförmige Wechselspannung einstellbarer Frequenz f eines Sinusgenerators angelegt. Es wurden die folgenden Messwerte für die eingestellte Frequenz f, die gewählte Effektivspannung  $U_{\text{eff}}$  und den dann auftretenden Effektivstrom  $I_{\text{eff}}$  ermittelt und in der folgenden Tabelle notiert.

Nr.	f in Hz	$U_{\text{eff}}$ in V	$I_{\text{eff}}$ in mA
1	53,8	2,29	27,4
2	495,5	1,70	14,6
3	107,8	1,70	12,0
4	921,5	2,29	10,6

### Aufgabe

- Berechnen Sie aus den vorgelegten Daten die Induktivität L dieser Spule mit  $n = 10^3$  Windungen.

Es ergab sich die nachfolgende Wertetabelle:

Nr.	f in Hz	C in $\mu\text{F}$
1	5 572	8,0
2	7 272	6,0
3	7 849	4,0
4	12 210	2,0

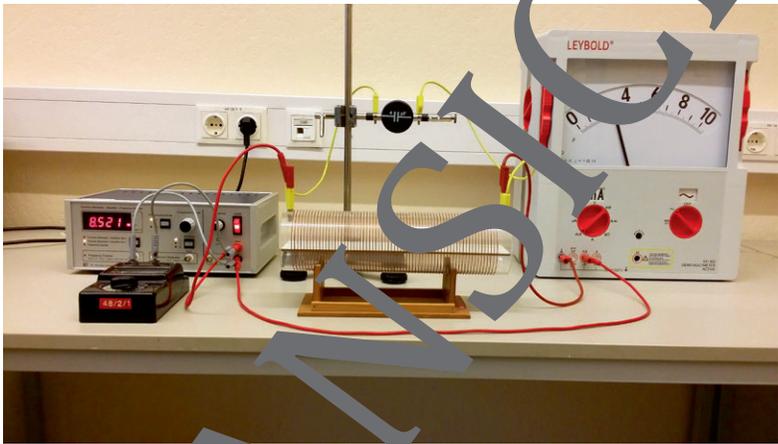


Abb. 3, Foto: Gerhard Deike

- c) Da wir wissen, dass die Spule einen vernachlässigbaren Ohm'schen Widerstand hat, kann man die Induktivität  $L$  nach Gl. (4 a) berechnen. Führen Sie diese Berechnung durch und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem unter 3 a) gefundenen Nennwert.

4. Unser nächstes Objekt ist ein sog. Helmholtz-Spulenpaar (s. auch Abb. 4). Es besteht aus zwei identischen Ringspulen vom Radius  $r$ . Das Besondere ist, dass  $r$  auch gleich dem Abstand der beiden Ringspulen voneinander ist.

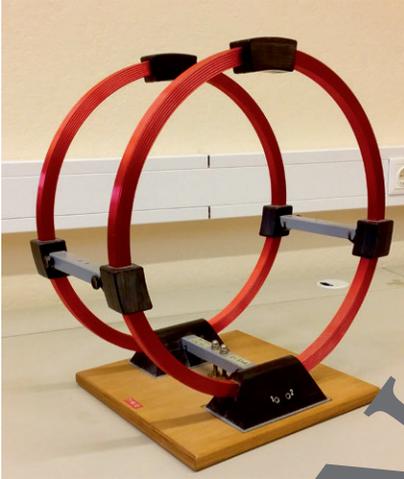


Abb. 4, Foto: Gerhard Deyke

Diese Spulenform liefert bei Stromfluss ein ausgedehntes homogenes Magnetfeld zwischen den Spulen. (Von Randeffekten ist bei der Homogenität des Feldes abzusehen.) Wir verwenden hier ein Spulenpaar mit der Windungszahl  $n = 154$  und  $r = 20,0$  cm.

Die Induktivität des Helmholtz-Spulenpaares werde nach der ersten Methode bestimmt, also über die Impedanz der Spule im Wechselstromkreis.

Die Ergebnisse sind dem **Vorversuch**:

	U in V	I in mA
1	0,82	211
2	1,70	421
3	2,53	626
	3,64	891

Die Ergebnisse aus dem **Hauptversuch**:

Nr.	f in Hz	U in V	I in mA
1	377,4	4,58	43,7
2	221,9	3,10	49,8
3	144,4	1,73	45,2
4	99,4	1,25	45,4

Berechnen Sie aus den Ergebnissen des Vorversuches den Ohm'schen Widerstand des Spulenpaares und dann die Induktivität aus den Ergebnissen des Hauptversuches.

Unser drittes Messverfahren ergibt sich direkt aus der Definition von  $L$  (s. Gl. (1)). Wenn man einen linear anwachsenden (oder abfallenden) Strom für die Erzeugung des magnetischen Flusses verwendet, dann ist  $\dot{I}$  gerade die zeitlich konstante Änderungsrate  $\Delta I / \Delta t$  des Stromes, die leicht zu messen ist. Man muss dann noch die induzierte Spannung  $U_{\text{ind}}$  messen.

Es soll die Induktivität  $L$  einer kleinen Experimentierspule nach diesem Verfahren gemessen werden.

Die jetzt untersuchte Spule hat  $n = 2,3 \cdot 10^4$  Windungen.

Wir verwenden sie als Sekundärspule auf einem geschlossenen Eisenkern, als wenn wir einen Trafo bauen würden. In die Primärspule mit  $10^4$  Windungen legen wir jedoch eine linear anwachsende Spannung, sodass durch sie auch ein linear anwachsender Strom fließt (siehe Abbildungen 5 und 6).



Abb. 5, Grafik von Wolfgang Zettlmeier

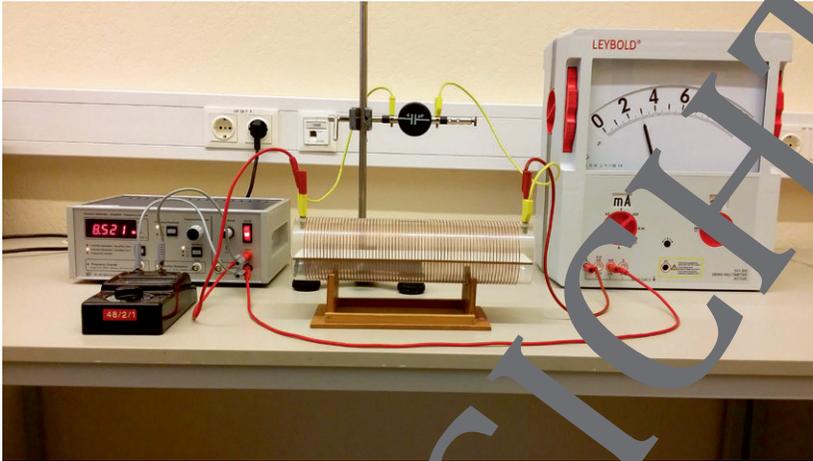


Abb. 6, Foto: Gerhard Deyke

In einem entsprechenden Experiment wurde der von dem Generator gelieferte Gleichstrom in der Zeit von  $\Delta t = 7,95 \mu\text{s}$  auf  $I = 5,1 \text{ mA}$  an. Für  $U_{\text{ind}}$  wurde  $9,8 \text{ mV}$  ermittelt.

5. Berechnen Sie aus diesen Messdaten die Induktivität  $L$  der verwendeten Spule.

VORANSICHT

## Lösungen

1. Kurze Experimentierspule mit  $n = 10^5$ :  
Ohm'scher Widerstand  $R$  aus dem Vorversuch:

Nr.	U in V	I in mA	R in $\Omega$
1	0,89	98	9,1
2	1,76	188	9,36
3	2,30	246	9,35
4	2,71	290	9,34

Mittelwert:  $R_m = 9,29 \Omega \approx 9,3 \Omega$

Induktivität aus dem Hauptversuch:

Umformung von Gl. (3) ergibt:

$$L = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}\right)^2 - R^2}{(2\pi f)^2}}$$

Numerische Berechnung von  $L$  mit  $R = R_m$  liefert:

$$f = \begin{pmatrix} 353,8 \text{ Hz} \\ 495,3 \text{ Hz} \\ 607,8 \text{ Hz} \\ 922,5 \text{ Hz} \end{pmatrix} \quad U_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 2,29 \text{ V} \\ 1,70 \text{ V} \\ 2,70 \text{ V} \\ 2,70 \text{ V} \end{pmatrix} \quad I_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 27,4 \text{ mA} \\ 14,6 \text{ mA} \\ 12,0 \text{ mA} \\ 10,6 \text{ mA} \end{pmatrix}$$

$$L_i = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_{\text{eff},i}}{I_{\text{eff},i}} - R_m\right)^2}{(2 \cdot \pi \cdot f_i)^2}} \quad L = \begin{pmatrix} 0,0374 \text{ H} \\ 0,0373 \text{ H} \\ 0,0370 \text{ H} \\ 0,0372 \text{ H} \end{pmatrix}$$

$$L_m = \frac{\sum_{i=1}^3 L_i}{3} = 0,037 \text{ H}$$

Die Induktivität der kurzen Experimentierspule ergibt sich zu  $L = 37 \text{ mH}$ .

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**