

Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© stevecoleimages/E+/Getty Images Photos

Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von den beiden Komponenten α und β , welche im gegenseitigen Abstand $r = 0,74$ AE den gemeinsamen Schwerpunkt S nähernd auf Kreisbahnen mit der Periode $T = 104$ d umlaufen. Anhand dieses Sternkonstellation wiederholen Ihre Schüler in verschiedenen leistungsdifferenzierten Aufgaben den Schwerpunktsatz, das Gravitationsgesetz, die allgemeine Bewegungsgleichung und die drei Newton'schen Axiome.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch unter vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Absatz 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für elektronische und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist nach GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 6290-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de




Redaktion: Anna-Graa Wittnebel
Satz: Dantigrafix GSP GmbH, Berlin
Bildnachweis Titel: © stevecolemages/E+/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Korrektoren: Anna Hitznauer, Regensburg, Johanna Stotz, Wyhl a. K., Dr. Stefan Völker, Jena

Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Oberstufe (Niveau)

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Hinweise		1
M 1 Übungsaufgaben		2
M 2 Übungsaufgaben		3
M 3 Übungsaufgaben		4
Lösungen		5

Die Schüler lernen:

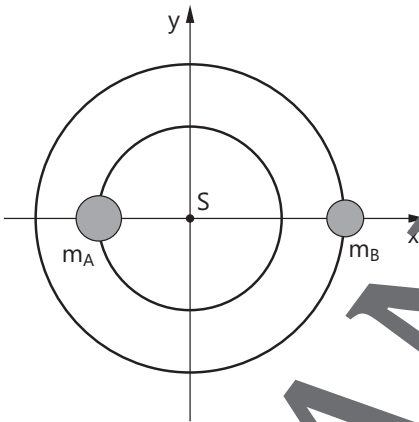
Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von den beiden Komponenten A und B, welche im gegenseitigen Abstand $r = 0,74 \text{ AE}$ den gemeinsamen Schwerpunkt S annähernd auf Kreisbahnen mit der Periode $T = 104 \text{ d}$ umlaufen. Anhand dieser Sternkonstellation wiederholen Ihre Schüler in verschiedenen leistungsdifferenzierten Ausgaben den Schwerpunktsatz, das Gravitationsgesetz, die allgemeine Bewegungsgleichung und die drei Newton'schen Axiome.

Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Fachliche Hinweise

Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von zwei gleichen Komponenten A und B, welche im gegenseitigen Abstand $r = 0,77 \text{ AU}$ den gemeinsamen Schwerpunkt S annähernd auf Kreisbahnen mit der Periode $T = 104 \text{ d}$ umlaufen.

Skizze:



© RAABE 2020

Abb. 1; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Die Sternkomponente B hält durch Gravitation Komponente A auf ihrer Kreisbahn. Umgekehrt hält der Stern A die Komponente B auf seiner Kreisbahn.

Die Masse des Sternes A beträgt

$$m_A := 2,57 \cdot M_{\text{S}0},$$

die des Sternes B

$$m_B := 2,4 \cdot M_{\text{S}0},$$

wobei $M_{\text{S}0}$ die Masse unserer Sonne ist¹.

¹ Der Fehler bei der Angabe dieser Massen ist relativ gering, nur etwa 0,3 %. Vgl. Mediathek.

M1 Übungsaufgaben

1. Die Radien r_A und r_B der Kreisbahnen der beiden Komponenten lassen sich nach dem sog. *Schwerpunktsatz*

$$m_A \cdot r_A = m_B \cdot r_B \quad (1)$$

ermitteln. Berechnen Sie die Radien der jeweiligen Kreisbahnen in „Astronomischen Einheiten“ und in Metern.

2. Zur Zeit $t_0 = 0$ beschreibe Abb. 1 (Seite 1) die Lage der Sternkonfiguration im x - y -Koordinatensystem. P sei der Punkt (0|r) auf der y -Achse. Berechnen Sie die gemeinsam von beiden Sternkomponenten in P hervorgerufene Gravitationsfeldstärke \vec{g} zum Zeitpunkt $t_0 = 0$. Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.



Tipp

Um einen Vektor vom Betrag λ in Richtung des Vektors \vec{AB} zu finden, benötigt man einen Einheitsvektor \vec{u} in Richtung von A

$$\frac{1}{|\vec{AB}|} \cdot \vec{AB} \text{ ist ein derartiger Einheitsvektor.}$$

Der gesuchte Vektor ist dann der Vektor

$\lambda \cdot \vec{u}$ (2).
Konkreter entnehmen Sie den Vektor $\lambda \cdot \vec{u}$ Abbildung 2, wobei M_A der Mittelpunkt der Masse m_A ist:

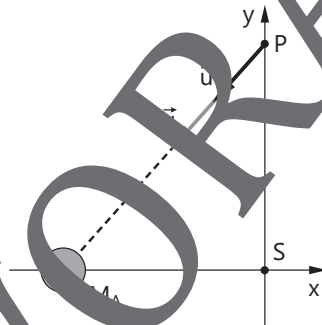


Abb. 2; Grafik: Dr. W. Zettlmeier



Übungsaufgaben

M2

3. Da beide Sternkomponenten in der Zeit T einmal den gemeinsamen Schwerpunkt S umkreisen, ist die Feldstärke \vec{g} kein zeitunabhängiger Vektor. Er ändert seine Richtung und seinen Betrag während dieser Zeit.

Diese Zeitabhängigkeit werden wir jetzt für den Punkt P aus Aufgabe 2 studieren.

Genauer interessieren wir uns für Richtung und Betrag des Vektors \vec{g}_i zu den Zeiten

$$t_i = i \cdot \frac{T}{200}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 200.$$

Für $i = 0$ haben Sie diese Berechnung in Aufgabe 2 soeben durchgeführt.

Die neuen Berechnungen folgen demselben Muster, nur ist zu bedenken, dass die Mittelpunkte (= Schwerpunkte) M_A und M_B jeweils neue Positionen annehmen; sie drehen sich um einen festen Winkel während eines Zeitschnittes $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ um S , den Koordinatenursprung. Wir unterstellen, dass sich die beiden Sterne im Gegenuhrzeigersinn in Abb. 1 (auf Seite 1) bewegen.

Es ist vorteilhaft, diese Drehung mit einer Abbildungsmatrix zu berechnen.

Aus der linearen Algebra ist bekannt, dass eine Drehung um den Ursprung O um den Winkel α im Gegenuhrzeigersinn durch die Abbildungsmatrix

$$M(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (3)$$

beschrieben wird. Ist Q ein Punkt und \vec{OQ} sein Ortsvektor, so gilt für seinen Bildpunkt Q_1 nach der Drehung

$$\vec{OQ}_1 = M(\alpha) \cdot \vec{OQ} \quad (4)$$

Die Komponenten des Vektors \vec{OQ}_1 sind dann die Koordinaten des Punktes Q_1 .

- Berechnen Sie den Vektor \vec{g}_i allgemein und stellen Sie den Betrag der Feldstärke $|\vec{g}_i|$ über der Zeit $t_i = i \cdot T/200$ grafisch dar. Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse.
- Berechnen Sie für $i = 50, 100, 150$ die Feldstärken im Punkt P (mit drei gültigen Nachkommastellen).

M3 Übungsaufgaben

4. Ein hypothetisches Objekt (ein Gesteinsbrocken) passiere zur Zeit

$$t_{50} = \frac{T}{4}$$

die Position P. Es habe die Masse $m_0 = 5 \cdot 10^3$ kg.

Seine Bewegung erfolge im genannten Moment exakt in Richtung der positiven x-Achse mit dem Geschwindigkeitsbetrag $|\vec{v}_{s,50}| = 2,0 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Wir erforschen, welche Position P_1 das Objekt acht Stunden später zur Zeit

$$t_1 = t_{50} + 8 \text{ h}$$

einnimmt.



Tipp

Die Bewegungsgleichung bei beschleunigter Bewegung formulieren wir in vektorieller Form:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{v}_0 + \frac{t^2}{2} \cdot \vec{a}_0 \quad (5)$$

$\vec{r}(t)$ ist der Ortsvektor des sich bewegendes Körpers zur Zeit t ,

\vec{r}_0 sein Ortsvektor zur Zeit null,

\vec{v}_0 sein Geschwindigkeitsvektor zur Zeit null und

\vec{a}_0 der Vektor der Beschleunigung zur Zeit null.

Es werde als Näherung unterstellt, dass während der Zeit $\Delta t = 8 \text{ h}$ die Beschleunigung \vec{a}_0 in Richtung und Betrag unverändert bleibt.

- Berechnen Sie unter diesen Annahmen die Position P_1 des hypothetischen Objektes.
 - Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.
5. Berechnen Sie auch die Position des Gesteinsbrockens zur Zeit $t_2 = t_1 + 2 \Delta t$. Bewerten Sie auch dieses Ergebnis.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de