Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Gerhard Deyke, Hamburg
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von den beiden Komponenten [illegible] und [illegible], welche im gegenseitigen Abstand r = 0,74 AE den gemeinsamen Schwerpunkt S annähernd auf Kreisbahnen mit der Periode T = 104 d umlaufen. Anhand dieser Sternkonstellation wiederholen Ihre Schüler in verschiedenen leistungsdifferenzierten Aufgaben den Schwerpunktsatz, das Gravitationsgesetz, die allgemeine Bewegungsgleichung und die drei Newton'schen Axiome.

RAABE, KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Datagrafix GSP GmbH, Berlin
Bildnachweis Titel: © stevecoleimages/E+/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Korrektorat: [illegible]na Hitzenauer, Regensburg, Johanna Stotz, Wyhl a. K., Dr. Stefan Völker, Jena

Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Oberstufe (Niveau)

Gerhard Deyke, Hamburg
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Die Schüler lernen:

Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von den beiden Komponenten A und B, welche im gegenseitigen Abstand r = 0,74 AE den gemeinsamen Schwerpunkt S annähernd auf Kreisbahnen mit der Periode T = 104 d umlaufen. Anhand dieser Sternkonstellation wiederholen Ihre Schüler in verschiedenen leistungsdifferenzierten Aufgaben den Schwerpunktsatz, das Gravitationsgesetz, die allgemeine Bewegungsgleichung und die drei Newton'schen Axiome.

Gravitationsfeld des Doppelsterns Capella

Fachliche Hinweise

Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Doppelstern-System. Es wird gebildet von den beiden Komponenten A und B, welche im gegenseitigen Abstand r = 0,7[illegible] AE den gemeinsamen Schwerpunkt S annähernd auf Kreisbahnen mit der Periode T = 104 d umlaufen.

Skizze:

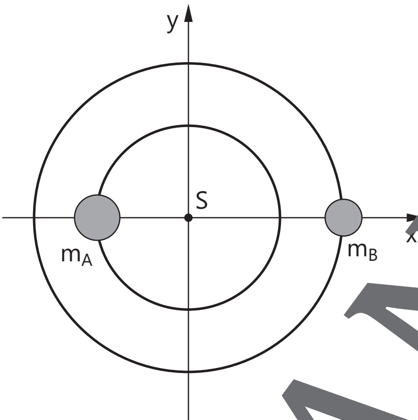

Abb. 1; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Die Sternkomponente B hält durch Gravitation Komponente A auf ihrer Kreisbahn.
Umgekehrt hält der Stern A den Stern B auf seiner Kreisbahn.
Die Masse des Sternes A beträgt

$m_A := 2{,}57 \cdot M_{SO}$,

die des Sternes B

$m_B := 2{,}4[illegible] \cdot M_{SO}$,

wobei M_{SO} die Masse unserer Sonne ist[1].

1 Der Fehler bei der Angabe dieser Massen ist relativ gering, nur etwa 0,3 %. Vgl. Mediathek.

M1 Übungsaufgaben

1. Die Radien r_A und r_B der Kreisbahnen der beiden Komponenten lassen sich nach dem sog. *Schwerpunktsatz*
$$m_A \cdot r_A = m_B \cdot r_B \qquad (1)$$
ermitteln. Berechnen Sie die Radien der jeweiligen Kreisbahn in „Astronomischen Einheiten" und in Metern.

2. Zur Zeit $t_0 = 0$ beschreibe Abb. 1 (Seite 1) die Lage der Sternkonfiguration im x-y-Koordinatensystem. P sei der Punkt (0|r) auf der y-Achse. Berechnen Sie die gemeinsam von beiden Sternkomponenten in P hervorgerufene Gravitationsfeldstärke $\vec{g}$ zum Zeitpunkt $t_0 = 0$. Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

Tipp

Um einen Vektor vom Betrag λ in Richtung des Vektors $\overrightarrow{AB}$ zu finden, benötigt man einen Einheitsvektor $\vec{u}$ in Richtung von $\overrightarrow{AB}$.

$\frac{1}{|\overrightarrow{AB}|} \cdot \overrightarrow{AB}$ ist ein derartiger Einheitsvektor.

Der gesuchte Vektor ist dann der Vektor
$$\lambda \cdot \vec{u} \qquad (2).$$
Konkreter entnehmen Sie den Vektor $\lambda \cdot \vec{u}$ der Abbildung 2, wobei M_A der Mittelpunkt der Masse m_A ist:

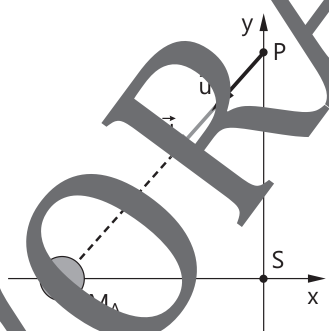

Abb. 2; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Übungsaufgaben M2

3. Da beide Sternkomponenten in der Zeit T einmal den gemeinsamen Sch erpunkt S umkreisen, ist die Feldstärke $\vec{g}$ kein zeitunabhängiger Vektor. Er ändert s e Richtung und seinen Betrag während dieser Zeit.
   Diese Zeitabhängigkeit werden wir jetzt für den Punkt P aus Aufg 2 stud eren.
   Genauer interessieren wir uns für Richtung und Betrag des Vektors $\vec{g}_i$ zu n Zeiten

   $$t_i = i \cdot \frac{T}{200}, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, 200.$$

   Für i = 0 haben Sie diese Berechnung in Aufgabe 2 soeben urchgeführt.
   Die neuen Berechnungen folgen demselben Muster, ur ist zu denken, ass die Mittelpunkte (= Schwerpunkte) M_A und M_B jeweils neu Positionen ehmen; sie drehen sich um einen festen Winkel während ei es Zeitsc ttes $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ um S, den Koordinatenursprung. Wir unterste len, dass sich d eiden Sterne im <u>Gegenuhrzeigersinn</u> in Abb. 1 (auf Seite 1) b wegen.
   Es ist vorteilhaft, diese Drehung mit einer Abb gsmatri zu berechnen.
   Aus der linearen Algebra ist bekannt, da eine Drehung u den Ursprung O um den Winkel α im Gegenuhrzeigersinn durch ie Abbild gsmatrix

   $$M(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \qquad (3)$$

   beschrieben wird. Ist Q ein Punkt und $\overrightarrow{OQ}$ ein Ortsvektor, so gilt für seinen Bildpunkt Q_1 nach der Drehu

   $$\overrightarrow{OQ_1} = M(\alpha) \cdot \overrightarrow{OQ} \qquad (4)$$

   Die Komponenten des Vektors $\overrightarrow{OQ_1}$ sind dann die Koordinaten des Punktes Q_1.

   a) Berechnen Sie den Vektor $\vec{g}_i$ al emein und stellen Sie den Betrag der Feldstärke $|\vec{g}_i|$ übe r Zeit t [0; T] grafisch dar.
   Kommentiere Si Ihre Ergebnisse.

   b) erechne e für i = , 50, 100, 150 die Feldstärken im Punkt P (mit drei gülti- en Nachkom stellen).

M3 Übungsaufgaben

4. Ein hypothetisches Objekt (ein Gesteinsbrocken) passiere zur Zeit $t_{50} = \frac{T}{4}$ die Position P. Es habe die Masse $m_0 = 5 \cdot 10^3$ kg.
Seine Bewegung erfolge im genannten Moment exakt in Richtung der positiven x-Achse mit dem Geschwindigkeitsbetrag $\left|\vec{v}_{S,50}\right| = 2{,}0 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$.
Wir erforschen, welche Position P_1 das Objekt acht Stunden später zur Zeit $t_1 = t_{50} + 8$ h einnimmt.

Tipp
Die Bewegungsgleichung bei beschleunigter Bewegung notieren wir in vektorieller Form:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{v}_0 + \frac{t^2}{2} \cdot \vec{a}_0 \qquad (5)$$

$\vec{r}(t)$ ist der Ortsvektor des sich bewegenden Körpers zur Zeit t,
$\vec{r}_0$ sein Ortsvektor zur Zeit null,
$\vec{v}_0$ sein Geschwindigkeitsvektor zur Zeit null und
$\vec{a}_0$ der Vektor der Beschleunigung zur Zeit null.

Es werde als Näherung unterstellt, dass während der Zeit $\Delta t = 8$ h die Beschleunigung $\vec{a}_0$ in Richtung und Betrag unverändert bleibt.

a) Berechnen Sie unter diesen Annahmen die Position P_1 des hypothetischen Objektes.
b) Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

5. Berechnen Sie auch die Position des Gesteinsbrockens zur Zeit $t_2 = t_1 + 2\,\Delta t$. Bewerten Sie auch dieses Ergebnis.