

Schwimmende Körper – das Newton-Verfahren

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier



© Onne van der Wal/Corbis Documentary/Getty Images Plus

Wenn ein Körper in einer Flüssigkeit schwimmt, stehen seine Gewichtskraft und die in der Flüssigkeit wirkende Auftriebskraft im Kräftegleichgewicht. Von *Archimedes* haben wir gelernt, dass die Auftriebskraft der Gewichtskraft der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit entspricht.

In den Aufgaben dieses Beitrags studieren Ihre Schüler die **Eintauchtiefe** verschiedener schwimmender Körper. Wenn die Körper hohl sind, liefert ihr Schwimmen in einer Flüssigkeit bei bekannter Dichte ein Messverfahren für ihre „Wandstärke“.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Die Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch als vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in andere Werke eingesetzt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Extranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist gem. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für die Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH
Ein Unternehmen der Kleinfachgruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röhr Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: © Onne van der Wal/Corbis Documentary/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Korrektur: Mona Hitznauer, Regensburg; Johanna Stotz, Wyhl a. K.; Dr. Stefan Völker, Jena

Schwimmende Körper – das Newton-Verfahren

Oberstufe (Niveau)

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier

Schwimmende Körper – Hinweise

	M 1 Das Newton-Verfahren kennenlernen	1
	M 2 Das Newton-Verfahren in Übungen anwenden	2
	M 3 Das Newton-Verfahren in Übungen anwenden	5

Die Schüler lernen:

Wenn ein Körper in einer Flüssigkeit schwimmt, stehen seine Gewichtskraft und die in der Flüssigkeit wirkende Auftriebskraft im Kräftegleichgewicht. Von *Archimedes* haben wir gelernt, dass die Auftriebskraft der Gewichtskraft der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit gleicht. In den Aufgaben dieses Beitrags studieren Ihre Schüler die **Eintauchtiefe** verschiedener schwimmender Körper. Wenn der Körper hohl sind, liefert ihr Schwimmen in einer Flüssigkeit bekannter Dichte ein Messverfahren für ihre „Wandstärke“.

Erklärung der Differenzierungssymbole

	Aufgaben, bei denen generell Differenzierung möglich ist (Lehrersymbol)		Die mittleren Aufgabenvarianten
	Die anspruchsvollsten Aufgabenvarianten		Die leichtesten Aufgabenvarianten

Schwimmende Körper – Hinweise

Wenn ein Körper in einer Flüssigkeit schwimmt, stehen seine Gewichtskraft und die in der Flüssigkeit wirkende Auftriebskraft im Kräftegleichgewicht. Von *Archimedes* (Syrakus um 285 – ebd. 212 v. Chr.) haben wir gelernt, dass die Auftriebskraft der Gewichtskraft der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit gleicht.

In den Aufgaben dieses Beitrags studieren wir die Eintauchtiefe verschiedener schwimmender Körper. Und wenn die Körper hohl sind, gibt ihr Schwimmen in einer Flüssigkeit bekannter Dichte ein Messverfahren für ihre „Wandstärke“



© akg-images / ISIOARS

Lehrplanbezug

Der Lehrplan Bayern¹ nennt für Klasse 9 z. B. im Themenbereich Newton'sche Mechanik, für den 32 Stunden vorgesehen sind, folgende Ziele:

Die Schüler

- können für verschiedene Bewegungsvorgänge die wirkenden Kräfte angeben, um damit die zugehörige Bewegungsgleichung aufzustellen und numerisch zu lösen.
- lernen, eine Vielfalt von Bewegungen theoretisch und experimentell zu untersuchen.
- können einfache kinematische Verfahren anhand der bekannten Funktionen für Bewegungen unter konstanter Kräfteinwirkung untersuchen.

Abiturvorbereitung

Die Mechanik spielt in allen Bundesländern in der Abiturprüfung eine Rolle. Grundlagenwissen, wie es in diesem Beitrag in interessantem Kontext wiederholt wird, ist dabei unbedingt erforderlich. Suchen Sie den Beitrag also an geeigneter Stelle in Ihrem Unterricht ein, um Ihre Schüler auf das Abitur vorzubereiten.

¹ http://www.isb-gym8-lehrplan.de/content/serv/3.1.neu/g8.de/id_26439.html



M 1 Das Newton-Verfahren kennenlernen

Aufgaben

- Zunächst untersuchen wir einen massiven Würfel der Kantenlänge $a = 6,8 \text{ cm}$ aus Buchenholz der Dichte $\rho_B = 0,7 \text{ g / cm}^3$. Da die Dichte des Würfels kleiner als die von Wasser ist, schwimmt er im Wasser. Berechnen Sie die Eintauchtiefe h des Würfels im Wasser.

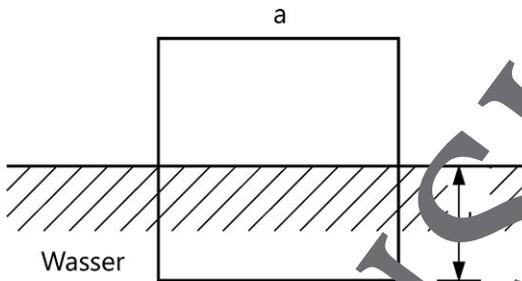


Abb. 1, Grafik: Dr. W. Zettlmeier

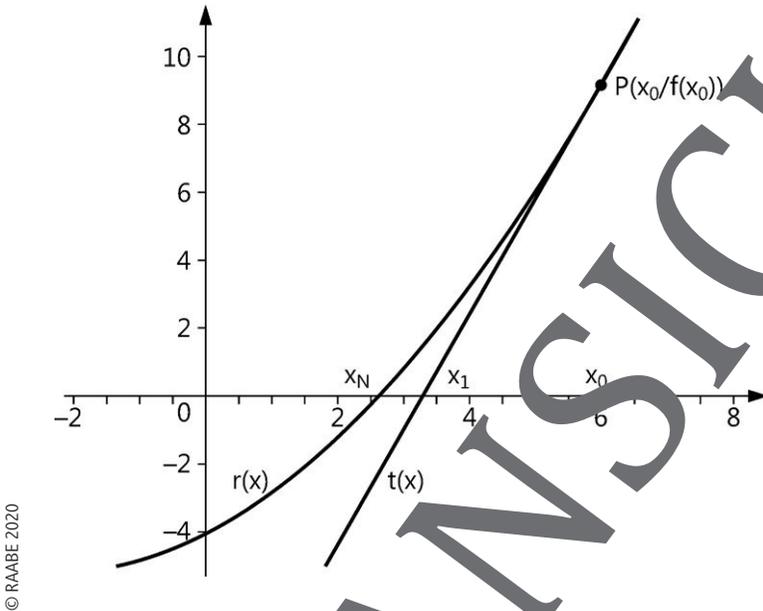
- Eine massive Kugel ist aus Buchenholz gefertigt. Sie hat den Radius $R = 11,2 \text{ cm}$ und schwimmt ebenfalls in Wasser. Berechnen Sie die Eintauchtiefe h der Kugel im Wasser auf 1 mm genau.



Hinweis: Sie werden eine kubische Gleichung zu lösen haben. Verwenden Sie dafür das Verfahren von NEWTON. (Beachten Sie das nachfolgende Info-Blatt.)

Info zur Nullstellensuche nach NEWTON

f sei eine Funktion mit der (unbekannten) Nullstelle x_N (siehe Abb. 2).



© RAABE 2020

Abb. 2, Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Gesucht ist eine gute Annäherung an x_N .

Wir wählen auf's Geratewohl eine Stelle x_0 (Startwert). Wenn wir Glück haben, liegt sie in der „Nähe“ von x_N .

Wenn $f(x_0) \neq 0$ ist, versuchen wir eine bessere Annäherung an die Nullstelle zu finden.

Wir gehen zum Punkt $P(x_0/f(x_0))$ und errichten dort die Tangente t am Graphen. Diese schneidet die x -Achse an der Stelle x_1 .

Offensichtlich ist x_1 eine bessere Annäherung an die Nullstelle als x_0 . Um eine noch bessere Annäherung an x_N zu bekommen, wiederholen wir dasselbe Verfahren jetzt mit der Stelle x_1 anstatt x_0 .

Wir gehen zum Punkt mit den Koordinaten $(x_1 | f(x_1))$, errichten dort die Tangente zum Graphen und nehmen ihre Schnittstelle x_2 mit der x-Achse als eine weiter verbesserte Annäherung an die Nullstelle.

Das Verfahren setzen wir fort, bis wir eine hinreichend genaue Näherung für x_0 gefunden haben.

Gleichung der Tangente im Punkt P:

$$t(x) = f'(x_0) (x - x_0) + f(x_0). \quad (1)$$

Da $t(x_1) = 0$ ist, erhalten wir aus (1):

$$f'(x_0) (x_1 - x_0) + f(x_0) = 0.$$

Umformung nach x_1 ergibt:

$$x_1 = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Wiederholte Berechnung ergibt:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$



M 2 Das Newton-Verfahren in Übungen anwenden

Aufgaben

1. Unser nächstes Objekt ist eine Hohlkugel aus Kupfer ($\rho = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bei 25 °C) mit dem Außenradius $R_a = 12,3 \text{ cm}$ und der Wandstärke $d = 4 \text{ mm}$. Obwohl die Dichte von Kupfer deutlich größer ist als diejenige von Wasser, wird die Kugel schwimmen, da sie hohl ist. Berechnen Sie wieder die Eintauchtiefe h der Kugel im Wasser auf 1 mm genau.
2. Eine weitere Hohlkugel aus Kupfer mit dem Außenradius $R_a = 4,1 \text{ cm}$ schwimmt ebenfalls in Wasser und taucht dabei mit $h = 5,7 \text{ cm}$ in das Wasser ein. Ermitteln Sie die Wandstärke d der Kugel.

3. Schwimmende Eisberge sind unter Wasser viel „breiter“ als über Wasser; das macht sie so gefährlich für die Schifffahrt. Im Folgenden untersuchen wir einen Modelleisberg von Kegelform. Er schwimmt mit vertikaler Symmetrieachse, sodass seine Spitze über Wasser ist.

Die Höhe des Kegels betrage $H = 13,80 \text{ m}$, der Öffnungswinkel des Kegels $\alpha = 33^\circ$.

Die Dichte von Eis (bei 0 °C) sei mit $0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ angegeben.

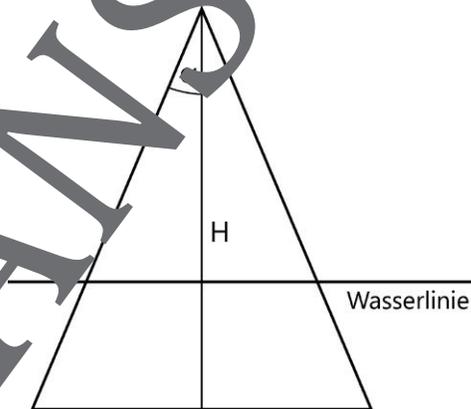


Abb. 3, Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Berechnen Sie die Eintauchtiefe h des „Eisbergs“ in Salzwasser der Dichte $1,02 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Vergleichen Sie h mit H und kommentieren Sie Ihr Ergebnis.



Zusatzaufgabe

Wie viel Prozent des Volumens des Eisbergs liegt unter Wasser?

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de