

Schwingungen und Rückstellkräfte – Differentialgleichungen aufstellen und lösen

Ein Beitrag von Mona Hitzenauer



Bild: Mona Hitzenauer

Ob in Wanduhren, bei Federpendeln oder einer Schaukel: Schwingungen besitzen eine zentrale Rolle im alltäglichen Geschehen. Neben ihren physikalischen Besonderheiten können Schwingungen auch mathematisch mit Differentialgleichungen beschrieben werden. In diesem Beitrag lernen die Schülerinnen und Schüler, wie man solche Gleichungen aufstellt und anschließend zielführend damit umgeht. Sie erhalten außerdem Einblick in den Zusammenhang zwischen harmonischen Schwingungen und Rückstellkräften. Schließlich erstellen die Lernenden eigenständig eine Animation zu einem Federpendel, um ein tieferes Verständnis für die Thematik zu entwickeln.

Schwingungen und Rückstellkräfte – Differentialgleichungen aufstellen und lösen

Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Mona Hitzenauer, Regensburg

Hinweise	1
M1 Grundlagen zu Rückstellkräften	3
M2 Differentialgleichungen	5
M3 Federpendel	7
M4 Fadenpendel	9
M5 Animation eines Federpendels	11
Lösungen	12

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

den Zusammenhang zwischen Rückstellkraft und (harmonischen) Schwingungen eines Feder- und Fadenpendels kennen und leiten Formeln für die Kreisfrequenz und die Periodendauer her. Darüber hinaus stellen die Lernenden Differentialgleichungen für diese (idealisierten) Pendel auf und lösen diese über mathematische Verfahren. Zudem haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, eine Animation eines Federpendels mit den entsprechenden Eigenschaften zu erstellen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt Info Informationen

Thema	Material	Methode
Grundlagen zu Rückstellkräften	M1	AB, Info
Differentialgleichungen	M2	AB, Info
Federpendel	M3	AB
Fadenpendel	M4	AB
Animation eines Federpendels	M5	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: mechanische Schwingungen, ungedämpfte harmonische Schwingung, (lineare) Rückstellkraft, Federhärte, horizontales Federpendel, Fadenpendel, Differentialgleichungen

Medien: GeoGebra

Kompetenzen: Erklären von Phänomenen unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien (S1), Erläutern von Gültigkeitsbereichen von Modellen und Theorien und Beschreiben von Aussage- und Vorhersagemöglichkeiten (S2), Anwenden bekannter mathematischer Verfahren auf physikalische Sachverhalte (S7), physikalisches Modellieren von Phänomenen, auch mithilfe mathematischer Darstellungen und digitaler Werkzeuge, wobei theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander bezogen werden (E4)

© RAABE 2022

Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau



Probenaufgabe

Grundlagen zu Rückstellkräften

M1

Ein schwingungsfähiges System (Oszillator) – wie z. B. ein Federpendel, Fadenpendel, eine Schaukel oder eine Gitarrensaiten – fängt an zu schwingen, wenn es aus seiner Ruhelage (Gleichgewichtslage) ausgelenkt wurde. Eine Ursache der fortwährenden mechanischen Schwingung ist die sogenannte **rücktreibende Kraft**, die immer in Richtung der Ruhelage wirkt.

Aufgaben

- Sie sehen Momentaufnahmen einer ungedämpften Schwingung eines horizontalen Federpendels mit der Federhärte D . Die Ruhelage ist vertikal gestrichelt gezeichnet.
 - Zeichnen Sie die rücktreibende Kraft F_R als Kraftpfeile in die Momentaufnahmen der Schwingung ein.



Skizze: Mona Hitznauer

- Beschreiben Sie bei jedem Bild qualitativ, weshalb eine Kräfteinwirkung auf die Federn vorliegt.
- Erklären Sie, weshalb sich die Schwingung durch die Ruhelage fortsetzt.

Federpendel

M3

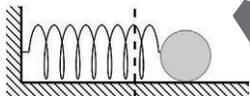
Nun widmen wir uns der Bestimmung der Weg-Zeit-Funktion $s(t)$ der Kugel mit der Masse m des ungedämpften, horizontalen Federpendels aus **M1**. Die Feder besitzt keine Masse, jedoch die Federhärte D und die (ungedehnte) Länge L . Wir nehmen den Massenschwerpunkt im Mittelpunkt der Kugel an und vernachlässigen jegliche Reibung. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die um s_0 aus der Ruhelage ausgelenkte Kugel losgelassen und beginnt ihre Schwingung.

Bezugssystem und Rückstellkraft in Abhängigkeit des Weges

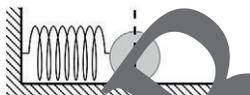
Bewegungen können nur relativ zu einem Bezugs- bzw. Koordinatensystem beschrieben werden. Für unser Koordinatensystem legen wir den zeitlichen Nullpunkt ($t = 0$) und örtlichen Nullpunkt (Achsennullpunkt) in die Ruhelage. Die positive Achse des Weges zeige nach rechts.

© RAABE 2022

- Bestimmen Sie für jeden Zeitpunkt die Rückstellkraft in Abhängigkeit des Weges $s(t)$. Stellen Sie eine Gleichung für $F_R(t)$ in Abhängigkeit von $s(t)$ auf, die für alle Zeitpunkte gültig ist.



$$F_R(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$



$t = 1$

$$F_R(1) = \underline{\hspace{2cm}}$$



$t = 2$

$$F_R(2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Skizzen: Mona Hitzler

Wiederholen Sie die Aufgabe, allerdings mit dem Unterschied, dass der örtliche Nullpunkt im Befestigungspunkt der Feder liegt. Beschreiben Sie Ihre Feststellungen.



Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de