

Kann man den Zufall vorhersagen? – Die Pfadregeln im Baumdiagramm auf zwei Niveaus üben

Nach einer Idee von Dr. Beate Bathe-Peters, Berlin



Fr. ©: Colourbox.com

Gewinnt Celina ein Match, so steigt ihre Motivation und damit ihre Wahrscheinlichkeit zu siegen. Wie wirkt sich das auf den Spielverlauf aus? Hat Celina gegenüber noch eine Chance?

VORANSICHT

Klasse	9/10
Dauer	4 Stunden (Minimalplan: 2 Stunden)
Inhalt	mehrstufige Zufallsexperimente untersuchen; absolute und relative Häufigkeit anwenden; Wahrscheinlichkeiten aus Textaufgaben ermitteln; Begriffe der Wahrscheinlichkeit vertiefen: Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramm, Ast; Baumdiagramme zu Textaufgaben erstellen; Wahrscheinlichkeiten mithilfe der 1. und 2. Pfadregel aus Baumdiagrammen ablesen und berechnen
Kompetenzen	mathematische Probleme lösen (K2); mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	Aufgaben im Karteikartenformat zum gezielten Üben auf zwei Niveaus

Didaktisch-methodische Hinweise

Unterliegen zufällige Erscheinungen bestimmten Gesetzmäßigkeiten? Ob Tombola auf dem Schulfest, Roulette im Casino oder Volleyball im Sportunterricht – mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung lassen sich die Ereignisse in gewissem Maße vorhersagen. Dabei können Ihre Schülerinnen und Schüler schnell den Überblick verlieren.

Erscheinen die Aufgaben zuerst einfach, verstecken sich die benötigten Wahrscheinlichkeiten und Informationen schnell in kompliziert wirkenden Textaufgaben, sodass der Spaß an der Wahrscheinlichkeitsrechnung verloren geht. Erhalten Sie das Grundinteresse der Lernenden für die Stochastik, indem Sie anwendungsorientierte Aufgaben behandeln, die Ihre Schülerinnen und Schüler mit den **Pfadregeln** lösen können. Dabei strukturieren **Wahrscheinlichkeitsbäume** die Problemstellungen der Aufgaben und geben einen schnellen Überblick. Lassen Sie die Lernenden mit den Aufgaben dieser Kartei verschiedene Schwerpunkte üben, zuerst einfache und schließlich komplexe Baumdiagramme aufstellen und so eine **Routine im Lösen von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung** entwickeln.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Die Lernenden sind in der Lage, ein **Baumdiagramm** zu zeichnen und die Wahrscheinlichkeiten den Ästen des Baumes zuzuordnen. Auch die Herangehensweise an die Aufgaben sollte bekannt sein: Durch Multiplikation entlang der Äste werden die Teilwahrscheinlichkeiten bestimmt (**1. Pfadregel**), danach einem Ereignis zugeordnet und addiert (**2. Pfadregel**). Es ist hilfreich, wenn die Lerngruppe absolute Häufigkeiten in **relativen Häufigkeiten** und somit in **Prozent** angeben kann.

So funktioniert die Übungseinheit

Mit dem **Arbeitsblatt M 1** erfolgen eine Wiederholung der relevanten **stochastischen Begriffe** und eine Anwendung mit dem Knobelspiel „Schere, Stein, Papier“. Auf dem zweiten **Wiederholungslatt M 2** wird oben die **1. Pfadregel** und unten die **2. Pfadregel** jeweils anhand eines Rechenbeispiels erläutert. Beide Blätter eignen sich gut als Wiedereinstieg in die Stochastik.

Das Vertiefungsmaterial besteht aus **drei** verschiedenen **Aufgabentypen**:

M 3–M 5: Hier befassen sich die Lernenden mit **Zufallsexperimenten ohne Zurücklegen**. Auf zwei Niveaus (**M 3 ★** und **M 4 ★★**) beschäftigen sie sich mit der Wahrscheinlichkeit, beim Tauchen Riffhaie zu sehen, bei einer Schießbude zu treffen, beim Roulette zu gewinnen und bei einer Safari durch Afrika Löwen zu begegnen. Dazu können Sie den Lernenden eine der **Tippkarten (M 5)** im **Tippschieber (M 11)** anbieten. Die Lernenden ziehen die Tipps nacheinander heraus und arbeiten so eigenverantwortlich allein, zu zweit oder in einer Gruppe an der Aufgabe.

M 6–M 8: Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit **Zufallsexperimenten mit Zurücklegen** auf zwei Niveaus (**M 6 ★** und **M 7 ★★**). Thematisch erraten sie ein Passwort, lösen das Volleyballteam aus, schließen eine Nacho-Wette ab und pflanzen verschiedenfarbige Krokusse. Sie finden zu jeder Aufgabe eine **Tippkarte (M 8)** für den **Tippschieber (M 11)**.

M 9–M 10: Als abschließende Übung für beide Niveaus dienen die **mehrstufigen Zufallsexperimente (M 9)**. Hier wird beim Tennismatch die Wahrscheinlichkeit variiert und zum Surfen im Internet eine Aufgabe zum Versenden von Datenpaketen gestellt. Die **Tippkarten (M 10)** sind je Aufgabe für beide Niveaus ausgewiesen und für den **Tippschieber (M 11)** angelegt.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

In den Aufgaben der Kartei werden mathematische Probleme von den Schülerinnen und Schülern eigenständig gelöst (K2). Dazu nutzen sie die symbolischen, formalen und technischen Elemente

der Mathematik (K5), indem sie Baumdiagramme erstellen, beschriften und mit ihnen die gesuchten Wahrscheinlichkeiten berechnen.

Auf einen Klick

Stunde 1 Die Begriffe und Pfadregeln zur Wahrscheinlichkeitsrechnung wiederholen

[M 1 \(Ab\) Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung – Wiederholung](#)

[M 2 \(Ab\) Die Pfadregeln – Wiederholung](#)

Stunde 2–4 Zufallsexperimente – Aufgabenkarten für die Freiarbeit

[M 3 \(Ab\) Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Niveau ★](#)

[M 4 \(Ab\) Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Niveau ★★](#)

[M 5 \(Tk\) Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Tippkarten](#)

[M 6 \(Ab\) Zufallsexperimente ohne Zurücklegen – Niveau ★](#)

[M 7 \(Ab\) Zufallsexperimente ohne Zurücklegen – Niveau ★★](#)

[M 8 \(Tk\) Zufallsexperimente ohne Zurücklegen – Tippkarten](#)

[M 9 \(Ab\) Mehrstufige Zufallsexperimente – Niveau ★–★★](#)

[M 10 \(Tk\) Mehrstufige Zufallsexperimente – Tippkarten](#)

[M 11 \(Bv\) Tippschieber – Bastelvorlage](#)

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; **Bv:** Bastelvorlage; **Tk:** Tippkarten

Lösungen auf der CD 28

[Baumdiagramme.docx](#) alle Baumdiagramme (ausführlicher, veränderbar und vergrößert)

[Lösung_M9.xls](#) tabellarische Lösung der Aufgabe 2 auf M 9



Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann nutzen Sie im Rahmen von ein bis zwei Stunden zur Wiederholung der **Begrifflichkeiten M 1** und zur Übung der **Pfadregeln M 2**.

Alternativ verwenden Sie die **Materialien mit den Tippkarten einzeln**, um immer wieder Zufallsexperimente im Unterricht aufzugreifen. Durch die verschiedenen Themengebiete können die Materialien flexibel in Ihren Unterricht einfließen und auch **als Arbeitsblätter** oder **als Hausaufgabe** ausgegeben werden.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie [hier](#).

Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Niveau ★

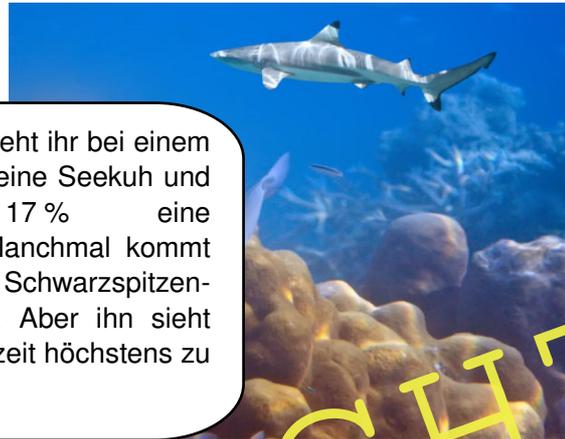
M 3

Tauchen im Korallenriff ★

Einen Tauchurlaub am Roten Meer haben sich Johanna und Fabian schon lange gewünscht. Sie lassen sich von ihrem Tauchlehrer Gratus erzählen, was sie sehen können.



Hier im Roten Meer seht ihr bei einem Tauchgang zu 10 % eine Seekuh und sogar zu 17 % eine Meeresschildkröte. Manchmal kommt sogar ein junger Schwarzspitzen-Riffhai in Sichtweite. Aber ihn sieht man in dieser Jahreszeit höchstens zu 5 %.



Ein Schwarzspitzen-Riffhai in der Nähe des Korallenriffs.

Foto: Thinkstock/PhotoObjects.net, rechts: Colourbox.com

Aufgabe

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sehen Johanna und Fabian beim ersten Tauchgang einen Schwarzspitzen-Riffhai und beim zweiten Tauchgang eine Seekuh?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sehen sie bei vier Tauchgängen je eine Wasserschildkröte?

Auf dem Oktoberfest ★



Hier gibt's nicht nur ne' Maß Bier, sondern auch einige Schießbuden.

Du kannst mit einer Wahrscheinlichkeit von 3 % einen Riesent Teddy, mit einer Wahrscheinlichkeit von 8 % einen Fußball und mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen Schlüsselanhänger gewinnen. Hast du getroffen, wird das Ziel sofort wieder ersetzt, sodass du immer alle Gegenstände gewinnen kannst.

Aufgabe: Du schießt zweimal. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhältst du ...

- a) erst einen Riesent Teddy und dann einen Fußball?
- b) einen Schlüsselanhänger und einen Fußball?

Für Experten: Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnst du bei zwei Schüssen mindestens einen Schlüsselanhänger?

Foto: Thinkstock/Stock Editorial

Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Niveau ★★

M 4

Roulette im Wohnzimmer

★★

Malena, Sarah, David und Manuel haben sich einen Roulette-Kessel für ihre Party ausgeliehen. Dabei spielen sie nur mit den Regeln der „einfachen Gewinnchance“. Insgesamt gibt es die Zahlen von 0 bis 36, die zur Hälfte rot und zur Hälfte schwarz sind. 0 = Zéro gehört zu keiner einfachen Gewinnchance.

Man kann folgende Einsätze machen:

 Einsatz auf alle roten oder alle schwarzen Felder	 Einsatz auf alle geraden oder alle ungeraden Zahlen	 Einsatz auf Zahlenbereich 1 bis 18 (Manque) oder 19 bis 36 (Passe)
--	--	---



Foto: Thinkstock/moodboard

Aufgabe

- a) David setzt dreimal nacheinander auf die roten Zahlen. Wie hoch ist seine Wahrscheinlichkeit, immer zu gewinnen?
- b) Malena setzt in der ersten Runde auf die ungeraden Zahlen, dann auf Manque und in der dritten auf Passe. Wie hoch ist ihre Wahrscheinlichkeit, immer zu gewinnen?
- c) Worauf würdest du in drei Würfeln setzen? Begründe deine Antwort.

Alle vier haben gewonnen! Doch was die nächste Runde bringt, das entscheidet wieder der Zufall!

Eine Safari durch Afrika

★★

Lea macht mit ihrem Vater eine Jeep-Tour durch einen afrikanischen Nationalpark. Sie hat gelesen, dass man bei 100 Touren etwa 60-mal einen Elefanten zu sehen bekommt. Giraffen sieht man bei zehn Touren in etwa drei Fällen und einen Löwen nur zehnmal bei 100 Touren.

Aufgabe

Insgesamt waren Lea und ihr Vater drei Tage auf Safari.

- a) Wie wahrscheinlich ist es, dreimal Elefanten zu sehen?
- b) Wie wahrscheinlich ist es, am ersten Tag nur Giraffen, am zweiten nur Löwen und am dritten Tag Elefanten oder Giraffen zu sehen?



Ein Löwe ruhte sich zwischen unseren Jeeps aus! Wir hatten solch ein Glück, ihn zu sehen!

Für Experten

Wie wahrscheinlich ist es, während der Safari nur am dritten Tag genau einen Löwen zu sehen?

Foto: Colourbox.com

Zufallsexperimente mit Zurücklegen – Tippkarten

M 5

Tauchen im Korallenriff ★	Auf dem Oktoberfest ★
<p>a) Das Baumdiagramm hat zwei Stufen, da sie zweimal tauchen. Sie sehen vielleicht eine Seekuh, eine Meeresschildkröte oder einen Riffhai.</p> <p>a) Übertrage das Baumdiagramm in dein Heft und vervollständige es.</p>	<p>Das Baumdiagramm hat zwei Stufen, da du zweimal schießt. Du kannst den Teddy, den Fußball oder den Schlüsselanhänger gewinnen.</p> <p>Übertrage das Baumdiagramm in dein Heft und vervollständige es.</p>
<p>b) Vier Tauchgänge erfordern ein Baumdiagramm mit vier Stufen. Aber brauchst du es?</p> <p>b) Überlege, wie die 1. Pfadregel funktioniert. Wie kannst du ohne das Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeit bestimmen?</p>	<p>a) Markiere die passenden Pfade im Baumdiagramm und nutze die 1. Pfadregel.</p> <p>b) Hier benötigst du zudem die 2. Pfadregel.</p> <p>Experten: Finde alle fünf Wege.</p>
Roulette im Wohnzimmer ★★	Eine Safari durch Afrika ★★
<p>Berechne zuerst die vier Wahrscheinlichkeiten zu den Ereignissen. Beachte dabei auch die 0.</p> <p>Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:</p> $P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Zahlen}}{\text{Anzahl der möglichen Zahlen}}$ <p>a/b) Nutze ein vereinfachtes Baumdiagramm. Du kannst dieses als Grundlage für beide Aufgaben in dein Heft übertragen.</p> <p>c) Betrachte die Wahrscheinlichkeiten der vier Ergebnisse. Was fällt dir auf?</p>	<p>Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:</p> $P(\text{Tier}) = \frac{\text{Anzahl der Touren mit gesichtetem Tier}}{\text{Touren insgesamt für das Tier}}$ <p>a/b/c) Erstelle ein passendes, reduziertes Baumdiagramm. Markiere die Pfade und nutze die Pfadregeln.</p> <p>a/b/c) Übertrage das Baumdiagramm in dein Heft und vervollständige es, soweit nötig.</p>