

Auf die Einteilung kommt es an! – Fördermaterial zum Bruchbegriff und zum Bruchrechnen

Von Roland Bullinger, Gaildorf
Illustriert von Julia Lenzmann, Stuttgart



Lassen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler eine konkrete Vorstellung zu den Rechnungen und Begriffen der Bruchrechnung aufbauen.

Voransicht

Klassen	6–8
Dauer	6 Stunden (Minimalplan: Bruchbegriff 2 Stunden; Bruchrechnen 1 Stunde)
Inhalt	Bruchbestandteile: Zähler und Nenner, Gemischte Zahlen, Anteilsvorstellung, Bruchteile von Größen und die Operatorvorstellung wiederholen; Vorstellungen vom Kürzen, Erweitern und der Größer-Kleiner-Relation aufbauen; Brüche anschaulich addieren, subtrahieren, dividieren und multiplizieren
Kompetenzen	mathematisch argumentieren (K1), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	DIN-A1-Poster zu den Brüchen

Didaktisch-methodische Hinweise

Sie haben es sicher schon häufig erlebt. Sie übernehmen eine neunte Klasse in Mathematik und sobald Brüche auftauchen, hören Sie ein vielstimmiges Stöhnen. Haben Sie eine besonders leistungsschwache Klasse erhalten oder wurde die Bruchrechnung nicht lange genug behandelt? Ihre Reaktion ist routiniert: Sie wiederholen die Regeln an der Tafel und die Lernenden beherrschen die meisten in den Grundzügen gleich wieder – aber bei komplexeren Aufgaben oder einige Wochen später tauchen die gleichen Probleme erneut auf. Die Schülerinnen und Schüler haben ein mechanisches Rechenverständnis aufgebaut. Aber sie wissen nicht warum und die vielen Regeln werden oft durcheinander gebracht.

Die Ursachen sind vielfältig, aber häufig wurde das **Grundverständnis für Brüche in zu kurzer Zeit geschaffen**, um möglichst rasch zum Rechnen mit Brüchen zu gelangen. Die Schülerinnen und Schüler haben Kürzen, Erweitern oder die Anteilsvorstellung nicht anschaulich verinnerlicht, sondern können die Regeln nur auswendig wiedergeben.

In diesem Beitrag werden Ihnen Materialien zur Verfügung gestellt, die sehr **vielseitig einsetzbar** sind. Im **Klassenverbund** können **innerhalb einiger Schulstunden** die gesamten Grundlagen für Brüche wiederholt werden, es können aber auch nur einzelne Teilaspekte (z. B. Kürzen und Erweitern) angesprochen werden. Ebenso ist es möglich, das Thema Brüche in **Förderstunden in Kleingruppen** zu wiederholen. Als weitere Möglichkeit bietet sich an, dass die Lernenden ihren Förderbedarf selbst feststellen und die Materialien **individuell bearbeiten**. Vor allem, wenn nach einem ersten Durcharbeiten der Materialien die Probleme ein halbes oder ein ganzes Jahr später wieder auftauchen, können die Lernenden die Arbeitsblätter selbstständig bearbeiten.

Zugrunde liegende didaktische Konzeption

Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit den vielfältigen Aspekten des Bruchbegriffs umzugehen, da sie auf allen Materialien die Verbindung von ikonischer und symbolischer Ebene wiederholen. Der Aufbau der meisten Materialien folgt diesen drei Schritten:

1. Die Lernenden bauen an meist zwei Modellen eine Vorstellung zum Bruch auf.
2. Die Schülerinnen und Schüler formulieren selbstständig die dahinterliegenden Erkenntnisse.
3. Die Lernenden bearbeiten typische Übungsaufgaben. Dabei trainieren sie die jeweilige Fertigkeit mit Brüchen zu rechnen, während sie eine zugehörige bildliche Vorstellung im Kopf haben und die Fertigkeit noch nicht mechanisiert ist.

Möglichkeiten zur Diagnose

Mit dem **Diagnosebogen (M 1)** überprüfen Sie, ob sich die Schülerinnen und Schüler einen Bruch vorstellen können und in der Lage sind, mit Brüchen zu rechnen. Besonders in dieser Hinsicht kann der Diagnosebogen Hinweise auf Verständnislücken geben. Beachten Sie dabei, dass viele der hier auftauchenden verständnisorientierten Fragestellungen die Lernenden überfordern können. Dagegen überprüfen konkrete Aufgaben wie „Kürze $\frac{16}{32}$.“ oder „Addiere $\frac{1}{4}$ zu $\frac{4}{8}$.“ nur, ob die Schülerinnen und Schüler über die Rechenfertigkeit verfügen. Diese Aufgaben sind nur aussagekräftig, wenn die Lernenden ihren Rechenweg ausformulieren.

Es gibt **weitere Möglichkeiten der Diagnose**: Wenn Sie z. B. im Unterricht, bei Hausaufgaben, in Tests oder Klassenarbeiten Fehlvorstellungen oder ein „Nicht-Können“ bemerken, können Sie mit einzelnen Fördermaterialien sofort eingreifen. Welche Aspekte Sie als Wiederholung zur individuellen Förderung auswählen, ist von Ihrer Diagnose oder der Selbstdiagnose der Schülerinnen und Schüler abhängig. Die Ursache von Fehlern kann in einem kurzfristigen Nicht-Abrufen-Können der spezifischen Kompetenz liegen oder daran, dass der Bruchbegriff insgesamt unsicher ist. Je nachdem können Sie sowohl einzelne Fähigkeiten als auch das gesamte Kapitel nachschulen. Es bleibt die Frage, ob Sie jedes Mal eine differenzierte Diagnose stellen oder ob es nicht einfacher ist, das Kapitel oder Teile daraus als Hausaufgabe über mehrere Tage aufzugeben. Gerade die wiederholte Auseinandersetzung mit dem Thema festigt die Rechenkompetenz und das Langzeitgedächtnis bezüglich Regeln beim Bruchrechnen.

Auf einen Blick

Diagnosebogen zum Einstieg (45 Minuten)

+ DIN-A1-Poster

M 1 (Ab) Brüche – Wie gut kennst du dich aus?

Bruchdefinition und Gemischte Zahlen (20–30 Minuten)

M 2 (Ab) Woraus besteht ein Bruch?

M 3 (Ab) Ganze und Bruchteile – Gemischte Brüche (Gemischte Zahlen)

Bruch als Ganzes aufteilen und Divisionsaufgaben (20 Minuten)

M 4 (Ab) Zwei Pizzen für drei Freunde? – Teilen ohne Rest

Von-Vorstellung, Bruchteile von Zahlen, Strecken, Flächen und Körpern (30–45 Minuten)

M 5 (Ab) Wie viel sind $\frac{3}{4}$ von acht Zentimetern? – Bruchteile bestimmen

Bruchteile eines Ganzen aufstellen (20 Minuten)

M 6 (Ab) Welchen Anteil haben zehn Euro von zwölf Euro? – Bruchteile bestimmen

Die Einteilung eines Bruchs vergrößern (kürzen) und verfeinern (erweitern) (30–45 Minuten)

M 7 (Ab) Die Einteilung eines Bruchs vergrößern – Kürzen

M 8 (Ab) Die Einteilung eines Bruchs verfeinern – Erweitern

Brüche auf den gleichen Nenner bringen (20–30 Minuten)

M 9 (Ab) Welcher Bruch ist größer? – Brüche vergleichen

Addition und Subtraktion von Brüchen (30 Minuten)

M 10 (Ab) Verschieden große Kuchenstücke zusammenlegen – Brüche addieren

M 11 (Ab) Wie viel ist $\frac{2}{5}$ weniger als $\frac{3}{4}$? – Brüche subtrahieren

Multiplikation von Brüchen (20 Minuten)

M 12 (Ab) Bruchteile von Brüchen bestimmen – Brüche multiplizieren

Division von Brüchen (20 Minuten)

M 13 (Ab) Wie oft geht $\frac{1}{5}$ in $\frac{7}{10}$? – Brüche dividieren

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt

Minimalplan

Für eine kompakte Wiederholung des Bruchbegriffs bietet sich die Beschränkung auf folgende Inhalte an:

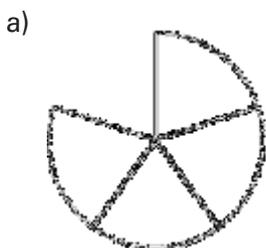
Gemischte Zahlen (M 3), Von-Vorstellung von Zahlen und Strecken (M 5: 1) und 2a), 2b)) Vergrößern und Verfeinern (M 7 und M 8). Wenn Sie nur das Rechnen mit Brüchen wiederholen wollen, können Sie sich auf M 10 bis M 12 beschränken. Aus den einzelnen Materialien können Sie auch die weiterführenden, vertiefenden Aufgaben weglassen.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 27.

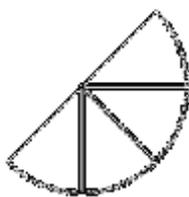
M 2

Woraus besteht ein Bruch?

Aufgabe 1: Wie viel Kuchen bleibt übrig? Schreibe zu jedem Kuchen einen Bruch auf.

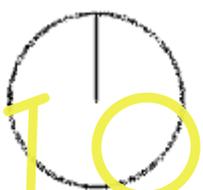


b) _____





Aufgabe 2: Wie viel bleibt hier vom Kuchen übrig? Schreibe als reiner Bruch.





_____ = _____







_____ = _____

Aufgabe 3: Beschrifte den gemischten Bruch. Fülle die Lücken zu den Erklärungen aus.

$$1\frac{3}{4}$$

Die Zahl _____ zeigt an, wie viele **Ganze** es sind.

Nenner: Zeigt die _____ der Ganzen an.

Zähler: Zeigt die _____ vom Ganzen an.

Aufgabe 4: Nimm dir einen Extrazettel und stelle die Brüche von oben als Rechtecke oder in einem Streifen dar.

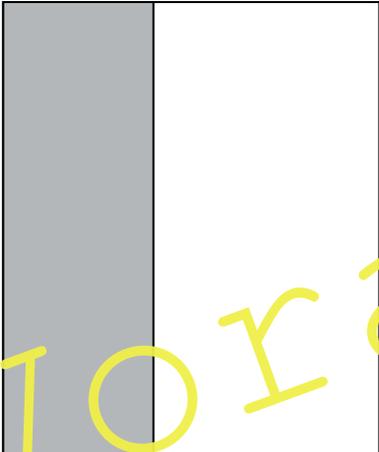
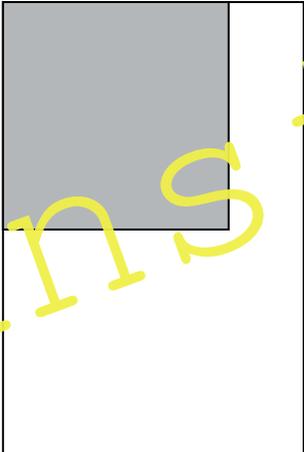
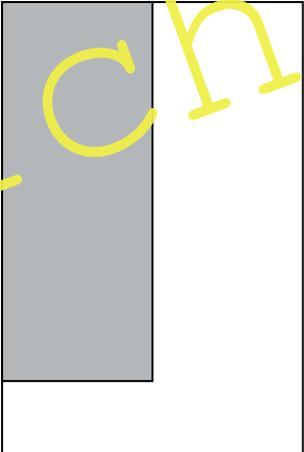
M 6 Welchen Anteil haben zehn Euro von zwölf Euro? – Bruchteile bestimmen

Aufgabe 1: Bestimme den gekennzeichneten Bruchteil der ganzen Strecke. Notiere ihn unter der Strecke.

- a) 
 _____ cm von _____ cm sind _____
- b) 
 _____ cm von _____ cm sind _____
- c) 
 _____ cm von _____ cm sind _____
- d) 
 _____ cm von _____ cm sind _____



Aufgabe 2: Bestimme den eingefärbten Bruchteil. Teile dazu das Rechteck geschickt ein.

- a) 
- b) 
- c) 

markierter Bruch:

_____ von _____ cm²

sind _____ cm².

markierter Bruch:

_____ von _____ cm²

sind _____ cm².

markierter Bruch:

_____ von _____ cm²

sind _____ cm².

Aufgabe 3: Von sechs Klassenkameraden bekommt jeder 30 € Taschengeld. Welchen Anteil haben sie ausgegeben? Beschreibe im Heft, wie du vorgegangen bist.

Julia hat 24 € ausgegeben. _____

Jonas hat 20 € ausgegeben. _____

Leon hat 40 € ausgegeben. _____

Lisa hat 35 € ausgegeben. _____

Nina hat 30 € ausgegeben. _____

Marcel hat 1 € ausgegeben. _____

Aufgabe 4: Bestimme Anteile der Geldbeträge. Welchen Anteil haben die verschiedenen Schüler bekommen? Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

Anna bekommt 8 € von 40 €. _____

Paul bekommt 16 € von 40 €. _____

Alex bekommt 15 € von 40 €. _____

Kim bekommt 35 € von 50 €. _____

Felix bekommt 10 € von 50 €. _____

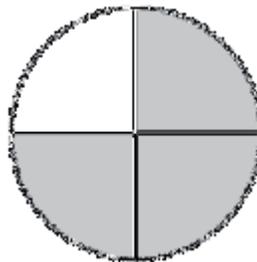
Charlotte bekommt 7 € von 50 €. _____

M 12

Bruchteile von Brüchen bestimmen – Brüche multiplizieren

Aufgabe 1

Schau dir den Bruch rechts an. Bestimme durch Überlegen die Hälfte von $\frac{3}{4}$, also: $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$.



Tipp
Zeichne die Hälfte hier direkt ein.

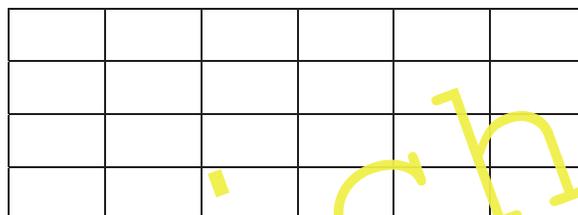


Rechnung: _____ · _____ = _____

Aufgabe 2: An Rechtecken multiplizieren

a) Bestimme $\frac{1}{3}$ von $\frac{5}{8}$.

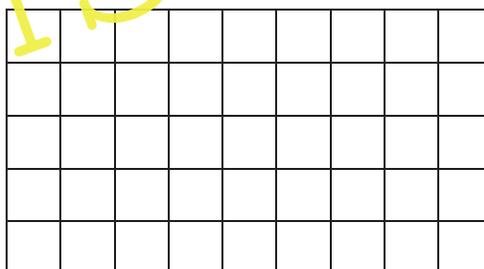
- ① Umrande $\frac{5}{8}$ grün.
- ② Bestimme $\frac{1}{3}$ davon und färbe es rot.



Rechnung: _____ · _____ = _____

b) Bestimme $\frac{3}{5}$ von $\frac{7}{9}$.

- ① Umrande $\frac{7}{9}$ grün.
- ② Bestimme $\frac{3}{5}$ davon und färbe es rot.



Rechnung: _____ · _____ = _____

Aufgabe 3: Schau dir die Rechnungen an. Du erkennst daraus eine Regel. Schreibe sie auf.

Regel für die Multiplikation zweier Brüche

Tipp Vergiss nicht, danach die Einteilung zu vergrößern/zu kürzen.

Aufgabe 4: Berechne die Aufgaben auf einem Extrazettel.

- a) $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4} =$
- b) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} =$
- c) $\frac{18}{5} \cdot \frac{5}{4} =$
- d) $\frac{25}{16} \cdot \frac{2}{5} =$