Der Mathe-Fitness-Check – fit für dein Prüfungsjahr?

Ein Beitrag von Alessandro Totaro, Stuttgart

Mit Illustrationen von Julia Lenzmann, Stuttgart, und Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Grafik: Thinkstock/iStock

Funktionen, Gleichungssysteme, Trigonometrie, Raumgeometrie, Sachrechnen und Wahrscheinlichkeitsrechnung – hier erhalten Ihre Schüler einen Überblick zu den Prüfungsthemen!

Klasse	9/10
Dauer	6 Stunden (1 Stunde je Themenbereich)
Inhalt	Parabeln, Geraden, lineare Gleichungssysteme, Bruchgleichungen, ebene Figuren, Raumgeometrie, Prozentrechnen, Zinsrechnen, Boxplot-Diagramme, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Erwartungswert
Kompetenzen	mathematische Probleme lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	Mindmap für die Prüfungsvorbereitung

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Abschlussprüfung an der Realschule fordert von Schülerinnen und Schülern vielfältige Fertigkeiten und Fähigkeiten. In der Prüfung zur mittleren Reife werden ihre Kompetenzen in den Bereichen **Algebra, Funktionaler Zusammenhang, Sachrechnen, Trigonometrie** und **Raumgeometrie** abgefragt.

Es ist von enormer Bedeutung, dass die Lernenden sowohl Algorithmen und Lösungsverfahren als auch Problemlösekompetenzen erwerben. Erst danach können sie die nächste kognitive Stufe erreichen und mithilfe mathematischer Modelle Alltagsprobleme lösen.

Worum geht es?

Mit dieser Übungseinheit festigen die Schülerinnen und Schüler ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten in **allen Basisthemen der Abschlussprüfung**.

Algebraische Grundfertigkeiten wie der **Umgang mit Parabeln und Geraden**, das **Lösen von Bruchgleichungen**, das **Rechnen mit linearen Gleichungssystemen** sind Basiskompetenzen, die stabilisiert werden müssen. Auch die Anwendung von Formeln zum **vermehrten Grundwert**, zum **Prozentrechnen** sowie zum **Zinseszins** sollten die Lernenden beherrschen.

Das **Berechnen von Größen** in ebenen Figuren bereitet vielen Lernenden Schwierigkeiten, da sie die entsprechenden Höhen einzeichnen müssen, damit sie den **Satz von Pythagoras** oder **trigonometrische Operationen wie Sinus, Kosinus oder Tangens** anwenden können. In der Raumgeometrie wird räumliches Vorstellungsvermögen benötigt, um die **Oberfläche** oder das **Volumen von Körpern** berechnen zu können.

Die Übersetzung zwischen innermathematischer und außermathematischer Welt ist eine wichtige Fähigkeit, die auch geübt wird. Das mathematische **Modellieren mithilfe von Parabeln** kann dazu beitragen ein konkretes Problem zu lösen.

So setzen Sie die Materialien ein

Sie können die Materialien **zur Vertiefung** einsetzen, wenn Sie bereits eine Themeneinheit eingeführt haben. Jedoch eignen sich die Materialien auch zur Wiederholung zwischen den Themen. Gerade in den beiden letzten Jahrgängen der Realschule ist es von enormer Bedeutung gemäß des Prinzips des akkumulativen Lernens vorzugehen. Nach einer neuen Einheit, **wiederholt** man **weiter zurückliegende Themengebiete**, um auf diese Weise die Schülerinnen und Schüler in allen Themengebieten fit zu halten. Die Materialien sind allerdings auch zum Wiedereinstieg in die 10. Klasse gut geeignet. Wie viel wissen die Lernenden noch nach den Sommerferien? Durch eine Wiederholung der Themen aus Klasse 9 kann ein solider Einstieg in das Prüfungsjahr gewährleistet werden.

Diese Themenbereiche erwarten Sie

Im Themenbereich 1 geht es darum **algebraische Grundfertigkeiten** beim Rechnen ohne Taschenrechner zu trainieren (M 1). Schülerinnen und Schüler ermitteln ihren Kenntnisstand mit dem Tandembogen und können ihr Wissen in Rechnen mit Termen, Auflösen von Klammern, Anwenden der binomischen Formeln, Rechnen mit Prozenten und Umgang mit Wurzeln gezielt festigen.

Im Themenbereich 2 erfolgt der Fitness-Check im Bereich Algebra. Beim Partnerarbeitsblatt zum Rechnen mit **Geraden und Parabeln** (M 2) lösen die Lernenden im Team Aufgaben zu linearen und quadratischen Funktionen. Das in **drei Niveaustufen** differenzierte Übungsblatt (M 3) prüft ab, ob Ihre Schülerinnen und Schüler über das erforderliche Wissen verfügen, um **Bruchgleichungen** und **lineare Gleichungssysteme** lösen zu können. Je nach Niveau erhöht sich der Komplexitätsgrad der Aufgaben.

Auf einen Blick

Themenbereich 1: Algebraische Grundfertigkeiten – Rechnen ohne Taschenrechner

M 1 (Pa) Fit in der Algebra? – Tandembogen zu den Rechengrundfertigkeiten

Themenbereich 2: Fitness-Check – Algebra

M 2 (Pa) Funktionaler Zusammenhang – Rechnen mit Geraden und Parabeln

M 3 (Ab) Lineare Gleichungssysteme und Bruchgleichungen – übe auf deinem Niveau

Themenbereich 3: Fitness-Check – Trigonometrie

M 4 (Ab) Größen in Figuren berechnen – differenzierte Übungen

Themenbereich 4: Fitness-Check – Raumgeometrie

M 5 (Ab) Größen in Körpern berechnen – jetzt wird´s hart!

Themenbereich 5: Fitness-Check – Sachrechnen

M 6 (Ab) Diagramme analysieren – bist du fit um Umgang mit Prozenten?

M 7 (Ab) Zinseszins und Ratensparen – wie gut beherrscht du das Zinsrechnen?

Themenbereich 6: Fitness-Check – Daten und Zufall

M 8 (Ab) Boxplot-Diagramme analysieren und herstellen – Kennwerte bestimmen

M 9 (Ab) Wahrscheinlichkeiten berechnen – wie wahrscheinlich ist welches Ereignis?

M 10 (Ab) Den Erwartungswert bestimmen – lohnt sich das Gewinnspiel oder eher nicht?

Lernerfolgskontrolle

M 11 (Lk) Fit für den Test? – Algebra und Trigonometrie

M 12 (Lk) Fit für den Test? – Raumgeometrie, Sachrechnen und Daten & Zufall

Zusatzmaterial

M 13 (Bv) Mach dich fit – Tippkarten zu den Basisthemen

M 14 (Fo) Mindmap zu den Basisthemen der Abschlussprüfung

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; **Pa:** Partnerarbeitsblatt; **Fo:** Folie; **Bv:** Bastelvorlage; **Lk:** Lernerfolgskontrolle

Minimalplan

Je Themenbereich benötigen Sie ca. 1 Schulstunde.

Sollten Sie wenig Zeit haben, so wiederholen Sie die Themengebiete, in denen Ihre Schülerinnen und Schüler die größten Lücken haben!

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 25.

M 2 Funktionaler Zusammenhang
Rechnen mit Geraden und Parabeln

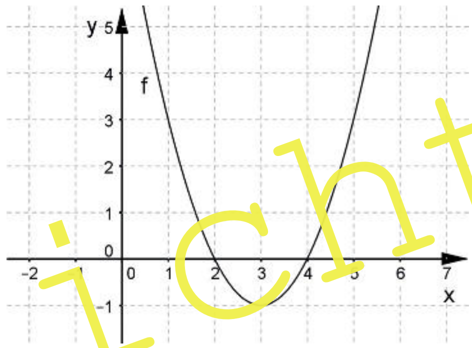
So geht's

1. Suche dir einen Partner B.
2. Löse deine Aufgaben.
3. Vergleicht eure Ergebnisse. Bei vielen Aufgabenteilen ist deine Lösung die Aufgabe deines Partners und umgekehrt

Du bist Partner A

Aufgabe 1

Berechne die Schnittpunkte der Funktion rechts mit der x-Achse.



Aufgabe 2

a) *Zeichne folgende Funktionen:* $f(x) = (x-2)^2 + 2$

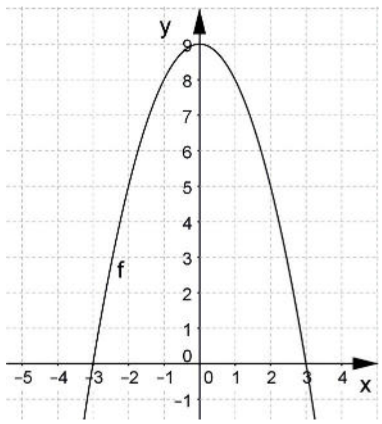
$g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$

b) *Bestimme die Schnittpunkte von f und g.*

Aufgabe 3

Die Schnittpunkte des Graphen der Funktion f mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck.

Berechne die eingeschlossene Fläche.



Aufgabe 4

Ein Fußballschuss wird durch folgende Parabel beschrieben: $y = -\frac{1}{16}x^2 + 4$

a) *Wie weit fliegt der Ball?*

b) *Ein Gegenspieler steht 14 m entfernt und ist 1,66 m groß.*

Kann er den Ball mit seinem Kopf erreichen?

Funktionaler Zusammenhang – Rechnen mit Geraden und Parabeln

M 2

So geht's

1. Suche dir einen Partner A.
2. Löse deine Aufgaben.
3. Vergleicht eure Ergebnisse. Bei vielen Aufgabenteilen ist deine Lösung die Aufgabe deines Partners und umgekehrt.

Du bist Partner B

Aufgabe 1

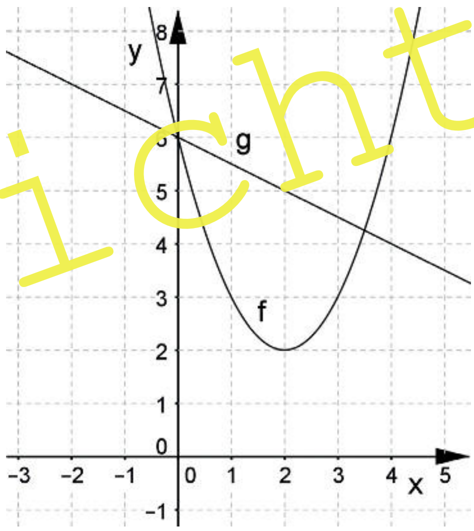
Eine Parabel hat die Gleichung $y = x^2 - 6x + 8$.

Zeichne die Parabel, bestimme den Scheitelpunkt und lies die Nullstellen ab.

Aufgabe 2

a) *Bestimme die Funktionsgleichung der zwei Funktionen f und g rechts.*

b) *Berechne die Schnittpunkte der beiden Funktionen.*



Aufgabe 3

Eine Parabel der Form $y = -x^2 + c$ *hat Nullstellen bei* $x_1 = 3$ *und* $x_2 = -3$.

a) *Bestimme die Funktionsgleichung.*

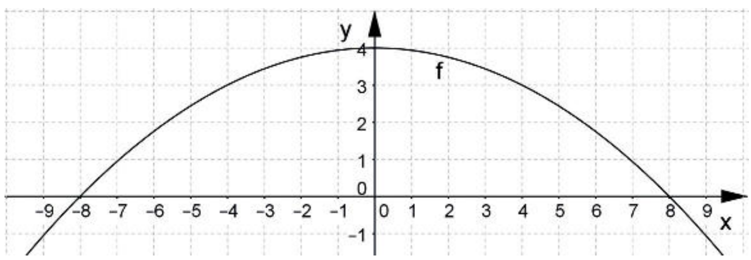
b) *Die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck. Bestimme die Fläche.*

Aufgabe 4

Die Flugkurve eines Fußballs kann wie folgt veranschaulicht werden.

a) *Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.*

b) *Ein Gegenspieler steht 14 m entfernt und ist 1,66 m groß. Kann er den Ball mit seinem Kopf erreichen?*



Hinweise (M 1)

Im **Tandembogen** M 1 trainieren die Lernenden das **Rechnen ohne Taschenrechner**. Dabei hat Partner A die Lösung von Partner B und umgekehrt.

Durch diese Form der Partnerarbeit eignen sich die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit selbstverantwortlich und kooperativ zu lernen an. Die Lernenden sollten die Grundkompetenzen Klammern auflösen, binomische Formeln anwenden und Rechnen mit Termen erwerben. Ein sicherer Umgang mit Termen ist wichtig um Gleichungen zu lösen. Sicherheit im Umgang mit Wurzeln ist eine notwendige Voraussetzung dafür mit Variablen in ebenen Figuren zu rechnen.

Hinweise (M 2)

Im Material M 2 trainieren die Lernenden den **Umgang mit Geraden und Parabeln**.

Hier wiederholen die Lernenden verschiedene **Grundfertigkeiten** wie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bestimmen, die Schnittpunkte zwischen zwei Funktionen berechnen, sowie das Zeichnen von Schaubildern. Sie trainieren auch das Umformen von verschiedenen Darstellungen quadratischer Funktionen. Die Normalform in die Scheitelpunktform umzuwandeln ist für die meisten Lernenden unproblematisch, da sie hier nur die Klammer auflösen müssen. Jedoch können sie die Normalform nur in die Scheitelpunktform umwandeln, wenn sie die quadratische Ergänzung beherrschen.

Tipp Falls die Schülerinnen und Schüler vergessen haben, wie sie die Aufgaben lösen können, geben Sie ihnen die **Tippkarten (M 13)** zum Umgang mit Geraden und Gleichungen.

Hinweise (M 3)

Mit diesem Arbeitsblatt lernen die Schülerinnen und Schüler sicher mit **Bruchgleichungen** und **linearen Gleichungssystemen** umzugehen.

Um diese Aufgabentypen lösen zu können, müssen die Lernenden die Schritte des Lösungsverfahrens kennen. Das sind sowohl bei Bruchgleichungen als auch bei linearen Gleichungssystemen konkrete Verfahren. Bei Bruchgleichungen kommt hinzu, dass sie die Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L angeben können müssen. Bei der Bestimmung des Hauptnenners HN muss man das Assoziativgesetz rückwärts anwenden, um auszuklammern.

In den **Prüfungsaufgaben** beinhalten die Gleichungssysteme meist **gemischte Gleichungen**, sodass die Lernenden zuerst die Klammern auflösen und danach die Gleichungen entsprechend ordnen müssen, bevor sie ein passendes Lösungsverfahren anwenden können. Aus diesem Grund empfiehlt es sich vor allem das Additionsverfahren als Lösungsstrategie zu trainieren. Das Gleichsetzungs- oder Einsetzungsverfahren ist ebenso möglich, jedoch ist es zielführender, wenn die Schülerinnen und Schüler ein Verfahren gezielt trainieren.

Tipp Holen Sie die Lernenden mit **akuten Schwierigkeiten** an die Tafel und wiederholen Sie mit ihnen die Grundlagen. Anhand eines geeigneten Beispiels bestimmen Sie gemeinsam die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems.

Differenzierung auf drei Niveaustufen

Das Üben auf drei Niveaustufen ermöglicht auch schwächeren Lernenden einen Lernerfolg zu erleben. Es ist von enormer Bedeutung eine **positive Haltung zum Mathematik-Unterricht** aufzubauen, damit die Lernenden den Unterricht mit Begeisterung wahrnehmen und motiviert Aufgaben lösen. Je nach Niveau wird so der schwächere Lernende gefördert und der stärkere Lernende gefordert. Durch die heutigen heterogenen Lerngruppen ist ein **binnendifferenziertes Üben** im Mathematik-Unterricht zwingend notwendig. Weitere differenzierende Materialien sind M 4 und M 5.

Lösungen

Lösung (M 1) Fit in der Algebra?

Die Lösung ist jeweils beim Tandempartner zu sehen.

Lösung (M 2) Geraden & Parabeln

Partner A

Aufgabe 1

Ablesen des Scheitelpunkts:

$S(3|-1) \rightarrow y = (x-3)^2 - 1$

Bestimmung der Schnittpunkte mit der x-Achse:

$0 = (x-3)^2 - 1$

$0 = x^2 - 6x + 9 - 1$

$0 = x^2 - 6x + 8$

Auflösen mit der pq-Formel ergibt:

$$x_{1,2} = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 8}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 1$$

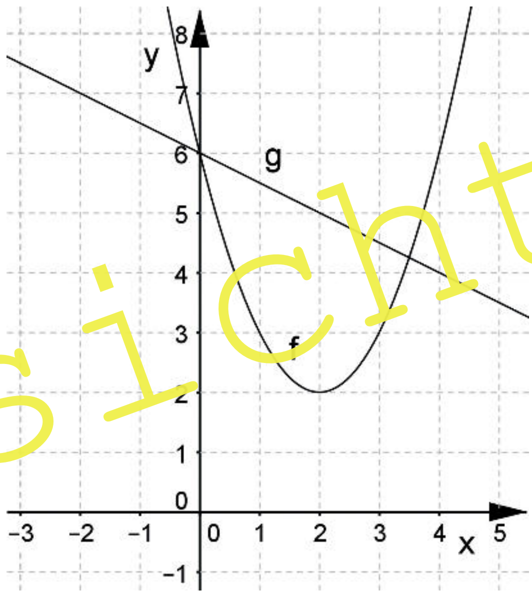
Man erhält bei positiver Diskriminante zwei Nullstellen:

$x_1 = 3 + 1 = 4 \rightarrow N_1(4|0)$

$x_2 = 3 - 1 = 2 \rightarrow N_2(2|0)$

Aufgabe 2

a) $f = (x-2)^2 + 2$ und $g = -\frac{1}{2}x + 6$



b) Bestimmung der Schnittpunkte:

$$-\frac{1}{2}x + 6 = (x-2)^2 + 2$$

$$-\frac{1}{2}x + 6 = x^2 - 4x + 4 + 2 \quad | + 0{,}5x - 6$$

$$0 = x^2 - 3{,}5x + 0$$

$$x_{1/2} = \frac{3{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3{,}5}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x_{1/2} = 1{,}75 \pm 1{,}75$$

$$x_1 = 1{,}75 + 1{,}75 = 3{,}5 \quad \rightarrow \quad S_1(3{,}5\,|\,?)$$

$$x_2 = 1{,}75 - 1{,}75 = 0 \quad \rightarrow \quad S_2(\;0\,|\,?)$$

Berechnung der y-Werte:

$y_1 = (3{,}5 - 2)^2 + 2 = 4{,}25 \rightarrow S_1(3{,}5|4{,}25)$

$y_2 = (0 - 2)^2 + 2 = 6 \rightarrow S_2\,(0|6)$