Welchen Gewinn kann man bei Glücksspielen erwarten? – Den Erwartungswert kennenlernen

Von Alessandro Totaro, Stuttgart

Illustriert von Oliver Wetterauer, Stuttgart

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Glücksspiel zu gewinnen? Welchen Gewinn kann man langfristig erwarten? – Hier lernen Ihre Schülerinnen und Schüler den Erwartungswert kennen und können die Fragen dann spielerisch beantworten!

Klasse	9/10
Dauer	6 Stunden
Inhalt	Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ziehen mit oder ohne Zurücklegen, Baumdiagramm, Erwartungswert
Kompetenzen	mathematische Probleme lösen (K2); mathematisch modellieren (K3); mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Ihr Plus	differenziertes Übungsmaterial mit spielerischen Übungen und Tippkarten

Didaktisch-methodische Hinweise

Das Themenfeld Daten und Zufall ist ein zentrales Element der Abschlussprüfung und die Berechnung des Erwartungswerts ist eine Teilkompetenz. Die Voraussetzung, um den Erwartungswert berechnen zu können, sind die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der Umgang mit der Wahrscheinlichkeit bereitet jedoch vielen Schülerinnen und Schülern große Schwierigkeiten und ist bis zur Klassenstufe 10 eine wichtige Grundfertigkeit.

Es ist von großer Bedeutung, dass die Lernenden die unterschiedlichen Grundaufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ziehen mit und ohne Zurücklegen, unterscheiden und berechnen können. Somit steigt diese Unterrichtseinheit mit einer Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung ein.

Worum geht es inhaltlich?

Mit dieser Übungseinheit festigen die Schülerinnen und Schüler ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten im **Umgang mit dem Erwartungswert.** Dazu wiederholen und üben sie die Grundaufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung, mit und ohne Zurücklegen, und beachten die Folgen für die Produktregel. Gleichzeitig benötigen die Lernenden auch die Summenregel in verschiedenen Aufgaben, da die angegebenen Ereignisse mehrere Ergebnisse umfassen.

Die Übersetzung zwischen innermathematischer und außermathematischer Welt ist eine wichtige Fähigkeit, die hier gefördert wird. Das **mathematische Modellieren** mithilfe von Wahrscheinlichkeiten und des Erwartungswerts kann dazu beitragen, ein konkretes Problem, wie zum Beispiel die Gewinnberechnung bei einem Schulfest, vorzunehmen.

Wie ist die Übungseinheit aufgebaut?

In der Stunde 1 geht es darum, **die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu wiederholen.** Das motivierende Spiel **Memory (M 1)** gibt den Lernenden die Möglichkeit, alle Begriffe, die für das spätere Rechnen der Aufgaben nötig sind, aufzufrischen. Außerdem eignet sich das **Arbeitsblatt zum Ziehen mit Zurücklegen (M 2),** um die erste Grundaufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu trainieren.

In der Stunde 2 wiederholen die Schülerinnen und Schüler die zweite Grundaufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Anhand des **Partnerarbeitsblattes zum Ziehen ohne Zurücklegen (M 3)** üben sie, mittels einer Tandemarbeit diesen Themenbereich zu erschließen.

In den Stunden 3 und 4 verknüpfen die Lernenden das Thema Wahrscheinlichkeit mit dem Thema Erwartungswert. Die **Folie zur Einführung des Erwartungswerts (M 4)** dient dazu, wichtige Grundlagen aufzubauen. So verstehen die Lernenden, wie sie effektiv und zielorientiert vorgehen, um den Erwartungswert zu berechnen. Das **anwendungsorientierte Arbeitsblatt (M 5)** motiviert die Lernenden, den zu erwartenden Gewinn bei einer Tombola zu berechnen. Auch mit dem **schülerorientierten Arbeitsblatt (M 6)** üben die Schülerinnen und Schüler die Berechnung des Erwartungswerts. Dabei lernen sie das Tiroler Roulette kennen und bestimmen den zu erwartenden Gewinn.

In den Stunden 5 und 6 treffen die Lernenden auf komplexere Alltagsaufgaben aus ihrer Lebenswelt. Bei der Analyse eines **Fußballwettspiels (M 7)** und eines **Verkaufsstandes beim Sommerfest (M 8)** wenden sie ihre Kenntnisse in Bezug auf den Erwartungswert an. M 8 ist in drei Niveaustufen unterteilt. Dadurch erhalten die Lernenden die Chance, auf ihrem Niveau zu üben. Dies kann sich positiv auf die Einstellung zum Fach Mathematik auswirken. Die heutigen Klassen bestehen häufig aus heterogenen Lerngruppen, sodass differenzierte Arbeitsblätter von enormer Bedeutung sind, um einen effektiven Lernzuwachs zu gewährleisten.

Auf einen Klick

Stunde 1/2 Wahrscheinlichkeitsrechnung – Grundfertigkeiten wiederholen

M 1 (Bv) Finde passende Paare! – Memory zu den Grundbegriffen der Wahrscheinlichkeit

M 2 (Ab) Bist du fit in der Wahrscheinlichkeitsrechnung? – Ziehen mit Zurücklegen

M 3 (Pa) Gemeinsam sind wir stark! – Ziehen ohne Zurücklegen + Loesungen_M3.doc

Stunde 3/4 Erwartungswert – einführen und verstehen

M 4 (Fo) Können sich die Erwartungen erfüllen? – Glücksspiele auf dem Jahrmarkt

M 5 (Ab) Welchen Gewinn kannst du erwarten? – Tombola

M 6 (Ab) Für wen lohnen sich diese Gewinnspiele? – Tiroler Roulette und Glücksrad

Stunde 5/6 Erwartungswert – Fertigkeiten und Fähigkeiten anwenden

M 7 (Ab) Tippst du auf die deutsche Nationalmannschaft? – Fußballwettspiel

M 8 (Ab) Unser Verkaufsstand auf dem Sommerfest – was werden die Klassen einnehmen?

M 9 (Ab) Sind diese Spiele fair? – Analyse von Glücksspielen

Lernerfolgskontrolle

M 10 (Lk) Fit für den Test? – Gemischte Aufgaben rund um die Wahrscheinlichkeit

Zusatzmaterial

M 11 (Bv) Tippkarten zum Thema Wahrscheinlichkeit

Ab: Arbeitsblatt; **Bv:** Bastelvorlage; **Fo:** Folie; **Lk:** Lernerfolgskontrolle; **Pa:** Partnerarbeitsblatt

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für 3 Stunden als **Stationenarbeit.** Folgende Materialien eignen sich dafür:

Station 1: Gemeinsam sind wir stark! – Ziehen ohne Zurücklegen M 3

Station 2: Können sich die Erwartungen erfüllen? – Glücksspiele auf dem Jahrmarkt M 4

Station 3: Welchen Gewinn kannst du erwarten? – Tombola M 5

Station 4: Unser Verkaufsstand auf dem Sommerfest – was werden die Klassen einnehmen? M 8

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie hier.

Gemeinsam sind wir stark! – Ziehen ohne Zurücklegen

M 3

So geht's

1. Suche dir einen Partner B.
2. Löse deine Aufgaben.
3. Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Partner. Bei allen Aufgabenteilen ist deine Lösung die Aufgabe deines Partners und umgekehrt.

Partner A

Aufgabe 1

In der Urne befinden sich vier grüne (G) und drei blaue (B) Kugeln. Du ziehst zwei Kugeln ohne Zurücklegen.

a) Erstelle ein Baumdiagramm auf einem Extrazettel.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A *Du ziehst zwei blaue Kugeln.*

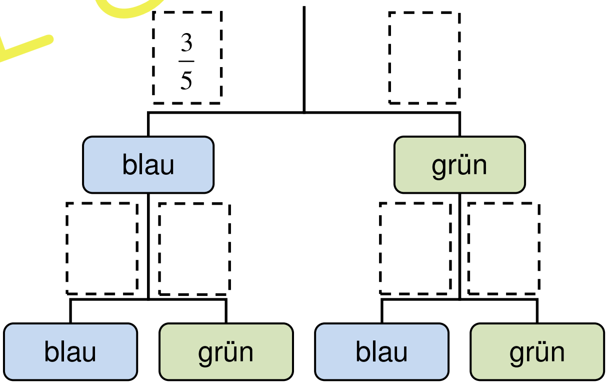
B *Du ziehst zwei grüne Kugeln.*

C *Du ziehst höchstens einmal eine blaue Kugel.*

Aufgabe 2

Du ziehst aus einer Urne zwei Kugeln ohne Zurücklegen.

a) Ergänze das Baumdiagramm sinnvoll.



b) Wie viele Kugeln sind jeweils in der Urne?

____

c) Zu welchen Ereignissen passen die Wahrscheinlichkeiten?

$P(A) = \frac{2}{20}$ *A* = ______________________________

$P(B) = \frac{8}{20}$ *B* = ______________________________

$P(C) = \frac{18}{20}$ *C* = ______________________________

Gemeinsam sind wir stark! – Ziehen ohne Zurücklegen

M 3

So geht's

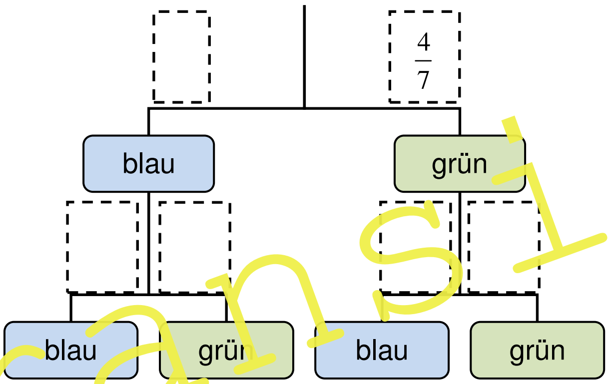
1. Suche dir einen Partner A.
2. Löse deine Aufgaben.
3. Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Partner. Bei allen Aufgabenteilen ist deine Lösung die Aufgabe deines Partners und umgekehrt.

Partner B

Aufgabe 1

Du ziehst aus einer Urne zwei Kugeln ohne Zurücklegen.

a) *Ergänze das Baumdiagramm sinnvoll.*



b) *Wie viele Kugeln sind jeweils in der Urne?*

____

c) *Zu welchen Ereignissen passen die Wahrscheinlichkeiten?*

$P(A) = \frac{6}{42}$ $A =$ ________________________________

$P(B) = \frac{12}{42}$ $B =$ ________________________________

$P(C) = \frac{36}{42}$ $C =$ ________________________________

Aufgabe 2

In einer Urne befinden sich zwei grüne (G) und drei blaue (B) Kugeln. Du ziehst zwei Kugeln ohne Zurücklegen.

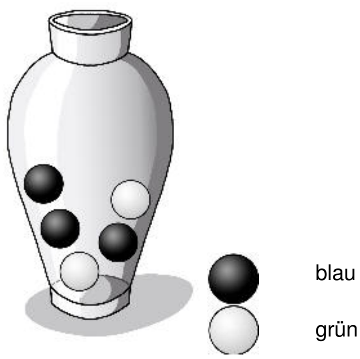
a) *Erstelle ein Baumdiagramm auf einem Extrazettel.*

b) *Gib die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse an:*

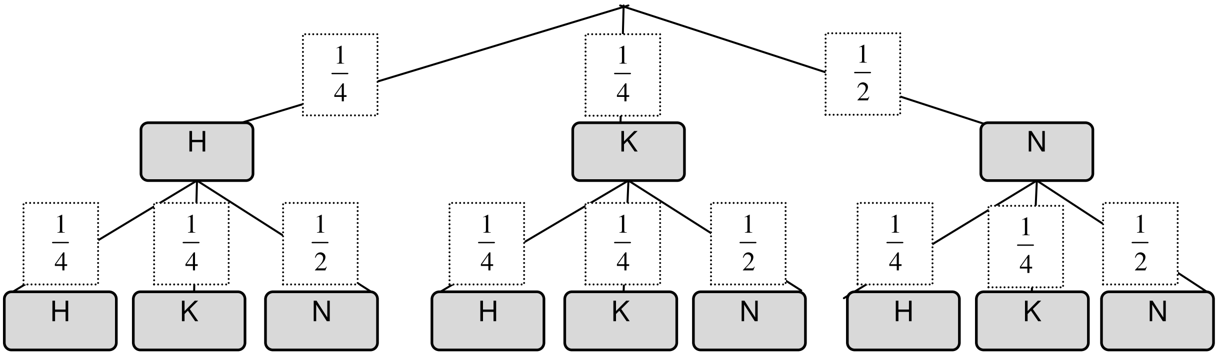
A *Du ziehst zwei grüne Kugeln.*

B *Du ziehst zwei gleichfarbige Kugeln.*

C *Du ziehst höchstens einmal eine grüne Kugel.*



Aufgabe 2 a) und b)



c) A: (H, H) daher: $P(A)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{16}\approx 0{,}06=6\ \%\ \rightarrow\ \underline{P(A)=6\ \%}$

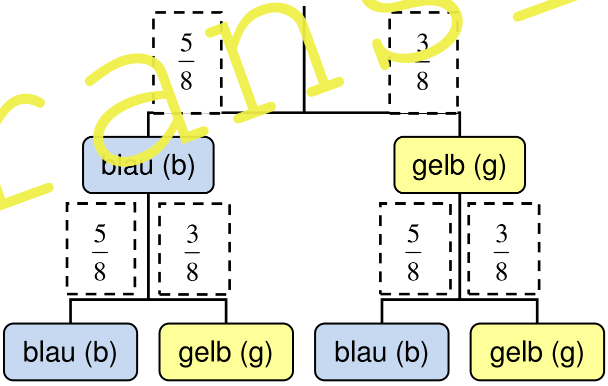
B: (H, K), (K, H), (K, K), (K, N), (N, K) daher:

$P(B)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{16}\approx 0{,}44=44\ \%\ \rightarrow\ \underline{P(B)=44\ \%}$

C: (N, N) daher: $P(C)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\approx 0{,}25=25\ \%\ \rightarrow\ \underline{P(C)=25\ \%}$

Aufgabe 3

a)



b) A: (b, b), (b, g), (g, b)

$P(A)=\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}+\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{55}{64}\approx 0{,}86=86\ \%\ \rightarrow\ \underline{P(A)=86\ \%}$

c) B: (b, b), (g, g)

$P(B)=\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}+\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{8}=\frac{34}{64}=\frac{17}{32}\ \rightarrow\ \underline{P(B)=\frac{17}{32}}$

Die Wahrscheinlichkeit passt zum Ereignis „Man zieht zwei gleichfarbige Kugeln.“

Lösung (M 3) Ziehen ohne Zurücklegen

Die Aufgabe von Partner 1 enthält die Lösung von Partner 2 und umgekehrt.

Ein ausführliches Lösungsblatt kann dir dein Lehrer geben. Die Lösungen befinden sich auf der **CD 33** in dem Dokument Loesungen_M3.doc.