

Übungen zu linearen Funktionen – einen Verkaufsstand effektiv planen oder sein Idealgewicht berechnen

Von Alessandro Totaro, Stuttgart

Illustriert von Julia Lenzmann, Stuttgart und Liliane Oser, Hamburg

Max, wusstest du schon, dass du im Alltag lineare Funktionen einsetzen kannst?

Wirklich? Aber wie stelle ich die linearen Funktionen denn dar?



VORANSICHT

Die Einnahmen bei einem Verkaufsstand ausrechnen oder sein eigenes Idealgewicht bestimmen und darstellen sind Themen aus dem Alltag, bei denen Kenntnisse über lineare Funktionen Ihren Schülern weiterhelfen.

Klasse	7/8
Dauer	6 Stunden
Inhalt	lineare Funktionen zeichnen, Wertetabellen ergänzen, Funktionsgleichungen bestimmen, mit linearen Funktionen modellieren
Kompetenzen	mathematisch modellieren (K3); mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5); mathematisch kommunizieren (K6)
Ihr Plus	differenziertes Übungsmaterial, Lernplakat als Gedächtnisstütze

Didaktisch-methodische Hinweise

Der Umgang mit linearen Funktionen ist eine **elementare Grundfertigkeit**, die Ihre Lernenden beherrschen sollten, um die mathematischen Themeneinheiten bis einschließlich Klassenstufe 10 erfolgreich zu meistern. Trainieren Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern den Umgang mit Aufgabenstellungen aus dem Themenbereich Algebra besonders intensiv, da dieser in der Abschlussprüfung zum mittleren Schulabschluss eine zentrale Rolle einnimmt. Dabei ist es von enormer Bedeutung, die **Basisfertigkeiten zur Darstellung von linearen Funktionen** aufzubauen und zu stärken. Den Schülerinnen und Schülern werden drei **verschiedene Arten** aufgezeigt, um eine lineare Funktion zu visualisieren. Dies ermöglicht dem Lernenden ein Vorgehen zu wählen, das für sie jeweils am besten ist.

Worum geht es inhaltlich?

Mit der Übungseinheit festigen die Schülerinnen und Schüler ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten im Umgang mit linearen Funktionen. Der **Aufbau der Funktionsgleichung** bereitet vielen Lernenden **Schwierigkeiten**, da sie die **Steigung** und den **Start auf dem y-Achsenabschnitt häufig verwechseln**. Deshalb gibt es in dem Beitrag ein Poster, das Ihren Schülerinnen und Schülern hilft, diese Größen zu verstehen und richtig zuzuordnen.

Die Schülerinnen und Schüler festigen ihre Grundfertigkeiten beim Zeichnen von Geraden im Sinne des automatisierenden Lernens, indem sie das Vorgehen vermehrt anwenden und sich auch mit den zwei anderen Darstellungsformen auseinandersetzen. Die **Funktionsgleichung**, das **Schaubild** und die **Wertetabelle** sind die **drei elementaren Darstellungsformen**. Die Materialien bestehen aus vielfältigen Aufgabenstellungen, mit deren Hilfe die Lernenden den Umgang mit den Darstellungsformen üben und verinnerlichen.

Wie ist die Übungseinheit aufgebaut?

In den Stunden 1 und 2 geht es darum, Grundvorstellungen zu **Darstellungen von linearen Funktionen** aufzubauen. Mithilfe der **Folienvorlage (M 1)** erklären Sie Schritt für Schritt, wie die Wertetabelle zu ergänzen ist. Außerdem zeigen Sie hier, wie eine Gerade in ein Koordinatensystem eingezeichnet wird.

Durch die **spielerische Laufübung (M 2)** werden die Schülerinnen und Schüler aktiv, da sie sich im Klassenraum bewegen. Sie zeigen sich gegenseitig die jeweiligen Laufkarten und müssen zu dem dargestellten Schaubild die Funktionsgleichung mündlich nennen. Auch das **Trimino-Spiel (M 3)** motiviert die Lernenden, da sie hier passende 3er-Kartengruppen finden, die die gleiche Funktion darstellen.

In der Stunde 3 trainieren die Lernenden ihre Grundfertigkeiten. Das **Partnerarbeitsblatt (M 4)** dient dazu, das Arbeiten mit linearen Funktionen durch selbstverantwortliches und kooperatives Lernen zu festigen. Gegenseitiges Helfen fördert zudem die Teamkompetenz der Lernenden. Das **differenzierte Arbeitsblatt (M 5)** bietet den Schülerinnen und Schülern je nach Niveaustufe eine gute Übungsmöglichkeit. Dabei finden die Lernenden passende Funktionsgleichungen zu den vorgegebenen Wertetabellen.

In den Stunden 4 und 5 lassen Sie die Lernenden ihre Problemlösefähigkeit im Umgang mit linearen Funktionen trainieren. Die **kooperativen Arbeitsblätter (M 6, M 7)** motivieren die Schülerinnen und Schüler, da sie in der realen Welt auch auf solche Problemstellungen, wie z. B. die Berechnung der Einnahmen beim Verkauf, treffen können. Das Modellieren mittels linearer Funktionen verdeutlicht den Lernenden, wie sie ihr Wissen aus der Mathematik zur Problemlösung in der realen Welt am besten einsetzen.

Auf einen Blick

Stunde 1/2 Umgang mit den Darstellungsformen von Funktionen – Grundwissen aufbauen

- M 1 (Fv) Lineare Funktionen zeichnen – Schritt für Schritt näherst du dich dem Ziel
 M 2 (Sp) Mathe-Lauf mit Köpfchen – Funktionsgleichungen bestimmen
 M 3 (Sp) Trimino – finde die passenden Darstellungen

Stunde 3 Übung macht den Meister – Grundfertigkeiten stärken

- M 4 (Ab) Die drei Darstellungsformen beherrschen – gemeinsam sind wir stark!
 M 5 (Ab) Funktionsgleichungen finden – Umgang mit Wertetabellen trainieren

Stunde 4/5 Jetzt geht's an die Teamarbeit! – Kooperatives Lernen

- M 6 (Ab) Unser Schokoladenverkaufsstand – wie erreichen wir maximale Einnahmen?
 M 7 (Kv) Placemat – Kopiervorlage zum Vergrößern auf DIN A3

Stunde 6 Exkurs – was sagt das Idealgewicht oder der BMI aus?

- M 8 (Ab) Dein Gewicht unter die Lupe genommen – Idealgewicht als lineare Funktion

Lernkontrolle

- M 9 (Lk) Fit für den Test? – Sicher im Umgang mit linearen Funktionen

Zusatzmaterial

- M 10 (Pk) Lernplakat – Die lineare Funktion mal anders dargestellt!

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; **Fv:** Folienvorlage; **Kv:** Kopiervorlage; **Lk:** Lernerfolgskontrolle; **Pk:** Plakat; **Sp:** Spiel

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für 2 Stunden als Stationenarbeit. Folgende Materialien eignen sich dafür:

Station 1	Trimino – finde die passenden Darstellungen	M 3
Station 2	Funktionsgleichungen finden – Umgang mit Wertetabellen trainieren	M 5
Station 3	Dein Gewicht unter die Lupe genommen – Idealgewicht als lineare Funktion	M 8
Station 4	Fit für den Test? – Sicher im Umgang mit linearen Funktionen	M 9

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 20.

Trimino – finde die passenden Darstellungen

M 3

Schneide die Karten aus und finde die drei Teile, die jeweils zusammengehören. Vergleiche dein Ergebnis mit der Lösung und klebe die Karten danach geordnet in dein Heft.



$y = 4x - 3$	$y = 0,5x - 2$	$y = -0,5x$
$y = -0,25x + 2$	$y = 3x + 1$	$y = -3x + 2$
$m = 0,5$ $b = -2$	$m = 4$ $b = -3$	$m = -0,5$ $b = 0$
$m = -0,25$ $b = 2$	$m = 3$ $b = 1$	$m = -3$ $b = 2$

Hinweise (M 1)

Bei der **Folienvorlage M 1** besprechen Sie das Thema kleinschrittig. Es ist wichtig, dass die Lernenden langsam und sicher begreifen, wie man mit **Funktionsgleichungen** umgeht. Das **Berechnen von Termwerten**, indem die entsprechenden Variablen durch Zahlen ersetzt werden, bereitet vielen Lernenden Schwierigkeiten. Daher sollten Sie jeden einzelnen y-Wert durch entsprechendes Einsetzen der x-Werte vorrechnen. Zeigen Sie auch das **Einzeichnen von Geraden** bei gegebenen Funktionstermen langsam Schritt für Schritt vor. Verwenden Sie hierbei das **Lernplakat (M 10)**, um den Lernenden eine **visuelle Hilfe** zu geben. Benutzen Sie die Folienvorlage M 1 am besten nach einigen Monaten um das Arbeiten mit linearen Funktionen zu reaktivieren. Sie können die Vorgehensweise beim Zeichnen von Geraden auch gern von einem leistungsstarken Schüler/in wiederholen und präsentieren lassen.

Hinweise (M 2)

Durch die **schüleraktivierende Übung M 2** festigen die Lernenden ihr Wissen über das **Bestimmen von Funktionsgleichungen**. Die enaktive Übung bringt Abwechslung und Bewegung in den Unterricht. Langes Sitzen lässt die Schülerinnen und Schüler oft passiv werden. Das Bestimmen von Funktionsgleichungen wird zudem motivierend, da das Spiel einen Wettbewerbscharakter hat. Die Lernenden sammeln Punkte – und möchten daher möglichst viele Punkte sammeln, um zu den Besten der Klasse zu gehören. Dabei nennen die Lernpartner die **passende Funktionsgleichung zu dem gegebenen Schaubild**. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler verstehen, dass der **Start auf der y-Achse** durch die **variable b** und das **Steigungsdreieck** durch die **Variable m** in der Funktionsgleichung festgelegt wird. Bei auftretenden Schwierigkeiten schicken Sie die Lernenden am besten zu dem im Klassenzimmer hängenden Plakat (M 10), sodass diese dadurch Hilfestellungen erhalten.

Hinweise (M 3)

Bei der **spielerischen Übung Timmo (M 3)** wiederholen die Lernenden den **Zusammenhang zwischen Graphen und Funktionsgleichungen**. Es ist **erst nach der ausführlichen Einführung einsetzbar**, da die Schülerinnen und Schüler bereits Grundkenntnisse zu linearen Funktionen aufgebaut haben sollten.

Ein mathematischer Begriff lässt sich lediglich mit mehreren Grundvorstellungen erfassen. Nur durch ihre gegenseitige Vernetzung kann ein Grundverständnis für einen Begriff erreicht werden.

Aus diesem Grund sollten die Lernenden **verschiedene Darstellungsformen** von linearen Funktionen **verstehen und Zusammenhänge erkennen**. Setzen Sie das Lernplakat (M 10) als Hilfe für Schülerinnen und Schüler ein, die Probleme beim Zuordnen haben. Fordern Sie einzelne Schülerinnen und Schüler auf, die nicht zur Lösung gelangt sind, mit jemandem zusammenzuarbeiten, der diese Aufgabe bereits gelöst hat.

Zusatzmaterial

Schere

Funktionsgleichungen finden – Umgang mit Wertetabellen trainieren

M 5

So geht's

1. Wähle eine der drei Niveaustufen und löse die Aufgaben.
2. Vergleiche deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.

Niveaustufe A (★)

Aufgabe 1

- a) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	7	5	3	1	-1

$$y_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

- b) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-3	-2	-1	0

$$y_2 = \underline{\hspace{10em}}$$

Niveaustufe B (★★)

Aufgabe 2

- a) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	6	4,5	3	1,5	0

$$y_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

- b) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	-0,5	0	0,5	1	1,5

$$y_2 = \underline{\hspace{10em}}$$

Niveaustufe C (★★★)

Aufgabe 3

- a) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-3	-1	1	4	5
y	-7	-3	1	7	9

$$y_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

- b) Bestimme die Funktionsgleichung und zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

Wertetabelle:

x	-3	-1	1	4	5
y	2,5	1,5	0,5	-1	-1,5

$$y_2 = \underline{\hspace{10em}}$$

Unser Schokoladenverkaufsstand – wie erreichen wir maximale Einnahmen? (GRUPPE A)

M 6

Deine Klasse organisiert im Rahmen eines Schulfestes einen Schokoladenverkaufsstand und ihr stellt Produkte für den Verkauf her.

Ihr bietet folgende Produkte an:

Schokoladencrêpes mit Eis (50 Stück)	Schokoäpfel (100 Stück)	Pralinenschachtel (60 Stück)
		

Fotos: Thinkstock/ iStock

Das Buchhaltungsteam deiner Klasse hat folgende Kosten für die Herstellung notiert:

Schokoladencrêpes: 149,98 €
Schokoäpfel: 181,00 €
Pralinenschachtel: 134,90 €

Aufgabe 1

Überlegt euch für jedes Produkt zwei Preisvorschläge, damit ihr einen Gewinn erzielt. Stellt zu jedem Preisvorschlag eine lineare Funktionsgleichung auf und zeichnet jeweils die zwei Geraden in ein Koordinatensystem (Beachte: 1 cm $\hat{=}$ 10 Stück und 1 cm $\hat{=}$ 50 €).

Aufgabe 2

Findet nun anhand eurer Schaubilder heraus, wie viele Produkte jedes Mal verkauft werden müssen, um die Kosten für das jeweilige Produkt zu decken.

Aufgabe 3

Die Gewinnfunktion lässt sich wie folgt darstellen: **Gewinn = Umsatz – Kosten.**

Ihr entscheidet euch für folgende Preise: Schokoladencrêpe (6 €), Schokoapfel (4 €) und Pralinenschachtel (7 €). Stellt für jedes Produkt die Funktionsgleichung der Gewinnfunktion auf und zeichnet danach die Gerade. Bestimmt den Schnittpunkt mit der x-Achse zeichnerisch und rechnerisch. Versucht die Bedeutung zu verstehen und erklärt diese.

(Beachte: 1 cm $\hat{=}$ 10 Stück und 1 cm $\hat{=}$ 40 €)

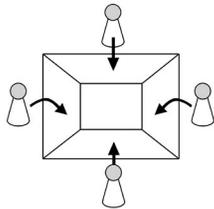
Aufgabe 4

Für welchen Preisvorschlag aus Aufgabe 1 würdest du dich bei dem jeweiligen Produkt entscheiden? Begründe deine Entscheidung.

Placemat-Vorlage zum Vergrößern auf DIN A3

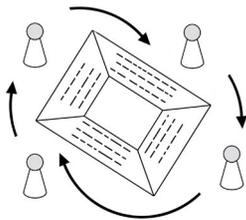
M 7

So funktioniert das Placemat



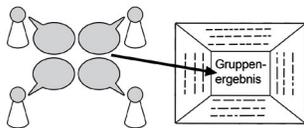
Arbeite allein

Notiere deine Lösungsschritte und die möglichen Lösungen in dein persönliches Feld.



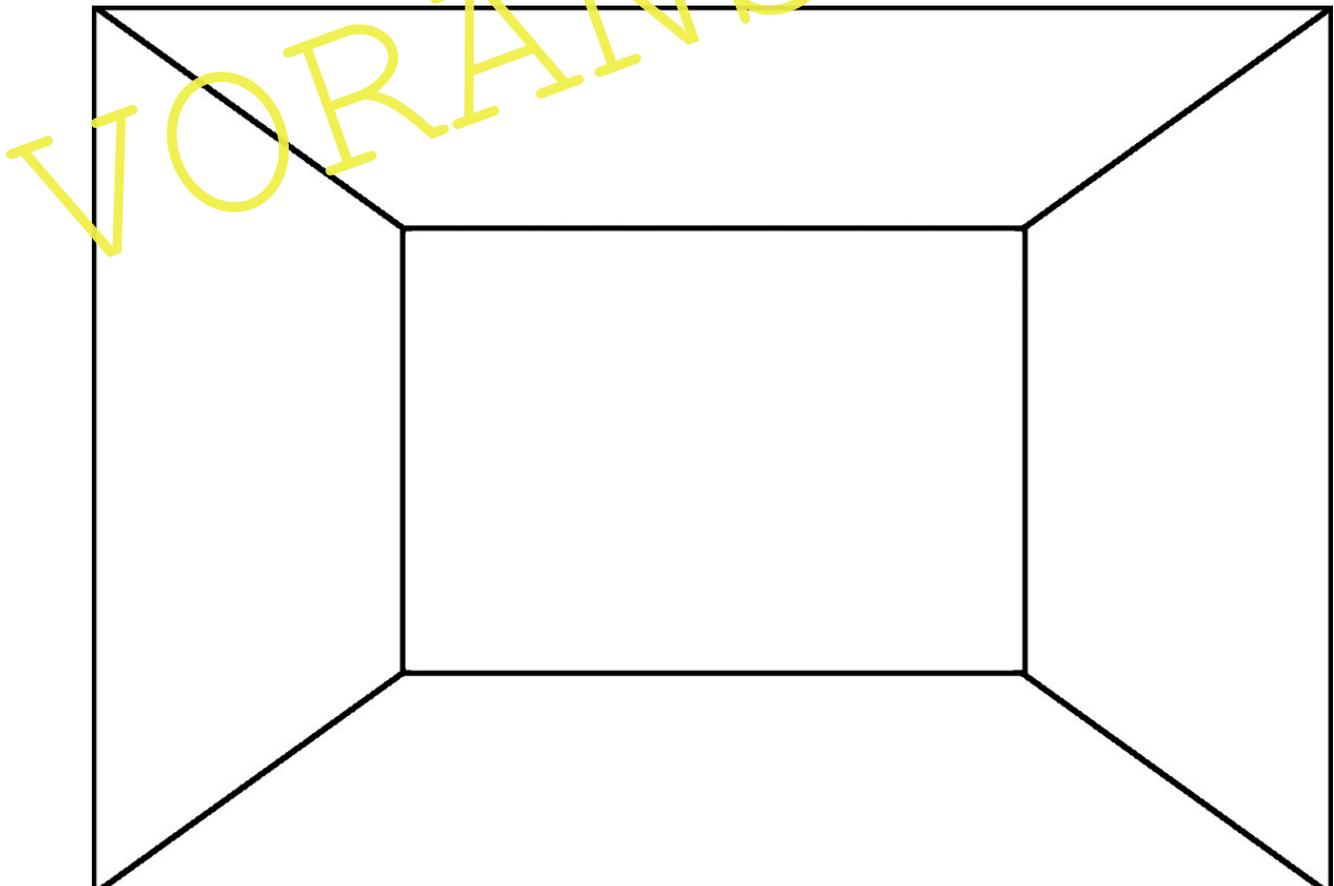
Les die Gedanken der anderen

Dreht das Blatt dreimal, sodass jeder alle Gedanken der anderen Gruppenmitglieder lesen kann. Sprecht nicht miteinander!



Findet eine gemeinsame Antwort

Besprecht in der Gruppe die einzelnen Gedanken der anderen und einigt euch auf eine gemeinsame Antwort, die ihr ins mittlere Feld notiert.



M 8

Dein Gewicht unter die Lupe genommen – Idealgewicht als lineare Funktion

Hier siehst du, wie lineare Funktionen beim Thema „Gewicht“ eingesetzt werden können.

Aufgabe 1

Der Broca-Index gibt das Normalgewicht an.
Dies kann durch folgende Funktion dargestellt werden:
 $y = x - 100$ (x sei die Körpergröße in cm).

- Zeichne die Gerade des Normalgewichts.
($20 \text{ kg} \hat{=} 1 \text{ cm}$; $20 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ cm}$)
- Liegt Paul (1,62 m) mit 61 kg oberhalb oder unterhalb des Normalgewichts?

Löse zeichnerisch und rechnerisch.



Aufgabe 2

Das Idealgewicht lässt sich durch die Funktion
 $y = 0,9x - 90$ darstellen.

(x sei die Körpergröße in cm)

- Zeichne die Gerade des Idealgewichts.
($20 \text{ kg} \hat{=} 1 \text{ cm}$; $20 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ cm}$)
- Liegt Anja (1,50 m) mit 48 kg oberhalb oder unterhalb des Idealgewichts?

Löse zeichnerisch und rechnerisch.



Bilder: Thinkstock/iStock

Aufgabe 3

Der Body-Mass-Index (BMI) gibt an, in welchem Bereich sich das Verhältnis
zwischen Körpergewicht und Körpergröße befindet.
Auf der rechten Anzeige kann man die Bereiche sehen.

Es gilt folgende BMI-Formel:

$$\text{BMI} = \frac{\text{Gewicht(kg)}}{\text{Körpergröße(m)} \cdot \text{Körpergröße(m)}}$$

- In welchem Bereich befinden sich die Körpermaße folgender Personen?

Endrit (1,82 m und 88 kg)

Jakovos (1,80 m und 70 kg)

Sandro (1,74 m und 75 kg)

- Gilt der BMI für jeden Körpertyp?

Denke an Extrembeispiele und nimm Stellung dazu.



Normal: Normalgewicht
Overweight: Übergewicht
Obese: Fettleibigkeit
Morbidly Obese: Überhöhte Fettleibigkeit

Lösungen

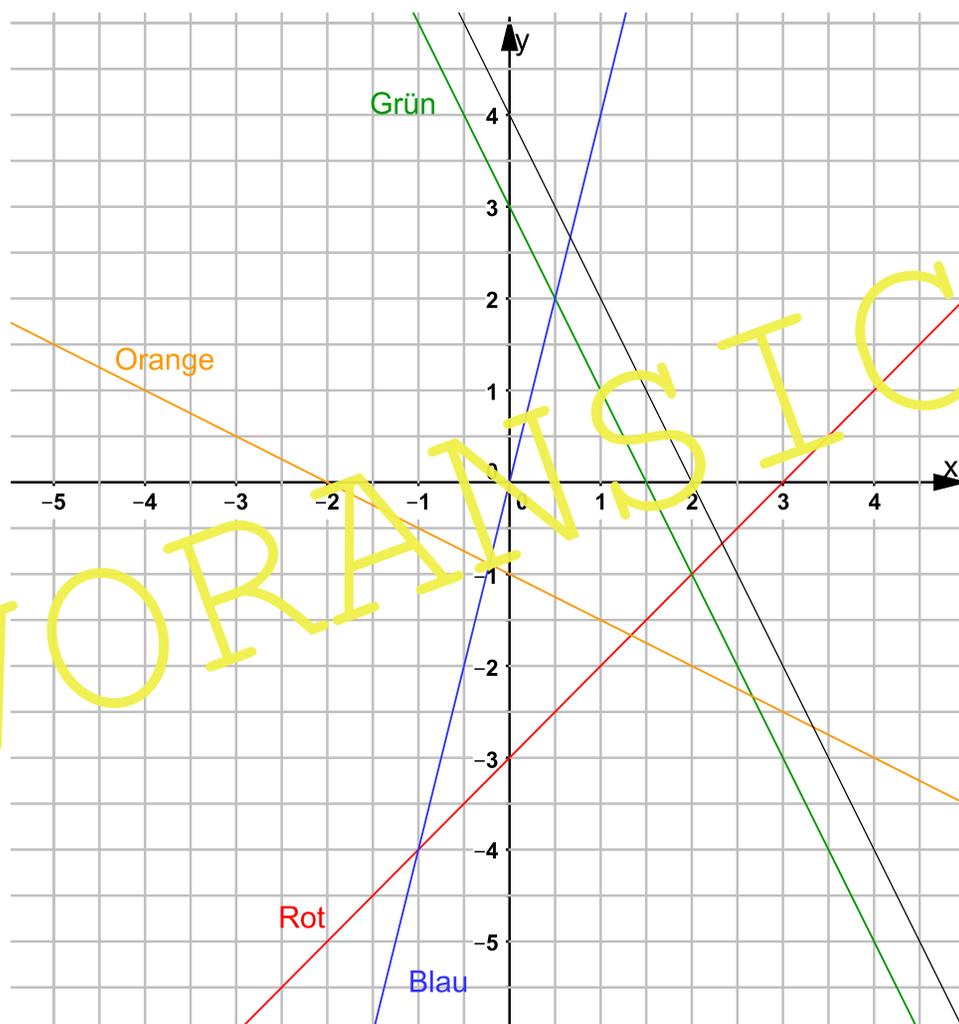
Lösung (M 1) Lineare Funktionen zeichnen

Aufgabe 1

a) Schwarz: $y = -2x + 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	10	8	6	4	2	0	-2

b)



Aufgabe 2

Folgende lineare Funktionen sind in der jeweiligen Farbe eingezeichnet:

a) Rot: $y_1 = 1x - 3$

b) Grün: $y_2 = -2x + 3$

c) Blau: $y_3 = 4x + 0$

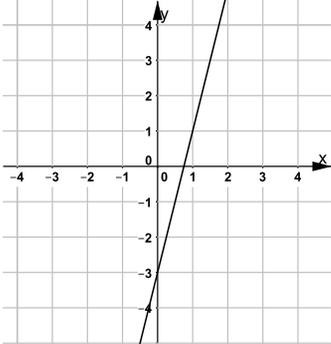
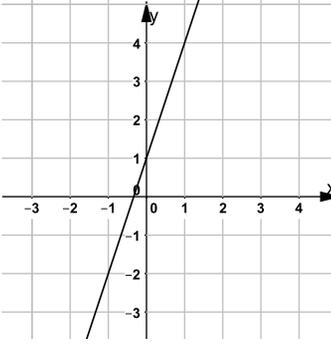
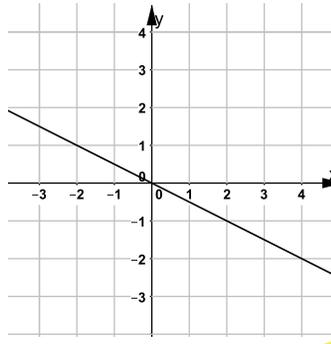
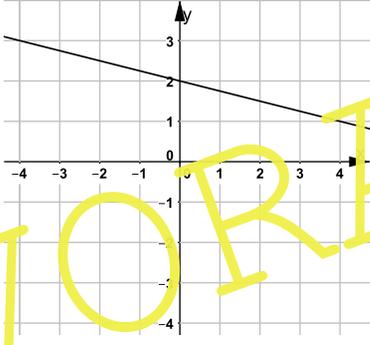
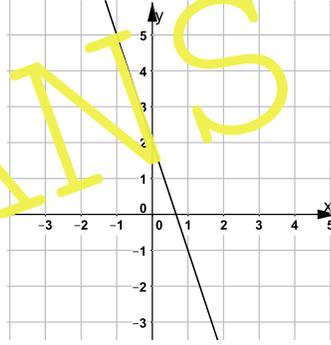
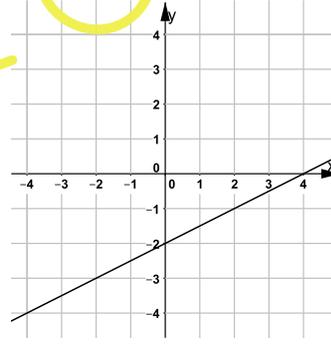
d) Orange: $y_4 = -\frac{1}{2}x - 1$

Lösung (M 2) Mathe-Lauf

Die Lösung ist jeweils auf den Laufkarten notiert.

Lösung (M 3) Trimino

Die richtigen Zuordnungen sind:

		
$y = 4x - 3$	$y = 3x + 1$	$y = -0,5x$
$m = 4$ $b = -3$	$m = 3$ $b = 1$	$m = -0,5$ $b = 0$
		
$y = -0,25x + 2$	$y = -3x + 2$	$y = 0,5x - 2$
$m = -0,25$ $b = 2$	$m = -3$ $b = 2$	$m = 0,5$ $b = -2$

Lösung (M 6) Unser Schokoladenverkaufsstand GRUPPE B

Aufgabe 1

a) **Kosten** pro Schokoladencrêpe:

$$148,98 \text{ €} : 50 \text{ Stück} = \underline{2,98 \text{ €/Stück}}$$

Preisvorschlag 1: 5,00 €

$$\text{Umsatz: } y = 5 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50
y	50	100	150	200	250

Preisvorschlag 2: 6,00 €

$$\text{Umsatz: } y = 6 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50
y	60	120	180	240	300

b) **Kosten** pro Schokoapfel:

$$181,00 \text{ €} : 100 \text{ Stück} = \underline{1,81 \text{ €/Stück}}$$

Preisvorschlag 1: 3,00 €

$$\text{Umsatz: } y = 3 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300

Preisvorschlag 2: 4,00 €

$$\text{Umsatz: } y = 4 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400

c) **Kosten** pro Pralinenschachtel:

$$134,90 \text{ €} : 60 \text{ Stück} = \underline{2,25 \text{ €/Stück}}$$

Preisvorschlag 1: 6,00 €

$$\text{Umsatz: } y = 6 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50	60
y	60	120	180	240	300	360

Preisvorschlag 2: 7,00 €

$$y = 7 \cdot x$$

x	10	20	30	40	50	60
y	70	140	210	280	350	420