

Parabelquartett

Von Jessica Retzmann, Astheim

Illustriert von Julia Lenzmann, Stuttgart



Unsicher im Umgang mit Parabeln? Nicht mehr lange!
Mit folgendem Material wiederholen und festigen Ihre Schü-
lerinnen und Schüler ihre Kenntnisse im Umgang mit Parabeln.

Klasse	9/10
Dauer	3 Stunden
Inhalt	Verschiebungen, Streckung, Stauchung, charakteristische Punkte einer Parabel
Kompetenzen	mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5); mathematisch kommunizieren (K6)
Ihr Plus	Quartett-Spiel zur Förderung der kommunikativen Kompetenz

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Zusammenhänge zwischen Funktionsgleichungen, dem Graphen und damit der Form und der Lage einer Parabel im Koordinatensystem sind sehr abstrakt. Deshalb haben viele Lernende damit Schwierigkeiten. Setzen Sie die Materialien am besten **nach der Einheit der Erarbeitung** der verschiedenen Verschiebungen einer Parabel auf der x- und y-Achse sowie der Streckung und Stauchung ein, damit die Zusammenhänge zwischen Funktionsgleichung und der Lage und Form des Graphen gefestigt werden.

Das Merkblatt (M 1) fasst die verschiedenen Formen der Verschiebung sowie die Streckung und Stauchung zusammen. Lassen Sie es vor dem Quartett-Spiel bearbeiten, sodass die Lernenden die Grundlagen wiederholen.

Das Quartett-Spiel (M 2) soll dazu beitragen, durch das gemeinsame Spielen und die damit verbundene Kommunikation die Ängste im Umgang mit Funktionsgleichungen und Parabeln abzubauen. Es lässt sich darüber hinaus auch in **nachfolgenden** Vertretungsstunden nutzen. So könnte es im Klassenraum den Schülerinnen und Schülern zur freien Verfügung bereitgestellt werden. Die Kommunikation in der Gruppe und die gegenseitige Unterstützung tragen zu einem besseren Verständnis bei. Die Lernenden setzen sich durch das Sortieren der Karten intensiv mit dem abstrakten Thema auseinander. Die einzelnen Karten müssen genau beschrieben werden, was die Lernenden auf mehreren Ebenen fordert und die kommunikative Kompetenz stärkt. Der spielerische Zugang zum Thema fördert die Motivation.

Sind diese Zusammenhänge gut verstanden, eignet sich zur Weiterarbeit die Einheit „Von der realen Welt zur mathematischen Welt und wieder zurück – Modellieren mit Parabeln“ (Beitrag 14 aus der Kategorie „Funktionaler Zusammenhang“), in der die Lernenden reale Ereignisse durch Modellieren mit Parabeln lösen. Der 14. Beitrag aus der Kategorie „Funktionaler Zusammenhang“ ist in der 18. Ergänzungslieferung im Februar 2013 erschienen.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Für dieses Quartett-Spiel ist Vorwissen notwendig. Ihre Schülerinnen und Schüler sollten die verschiedenen Verschiebungen sowie die Streckung und Stauchung der Parabel bereits erarbeitet haben. Sie sollten den Zusammenhang zwischen Funktionsgleichung und Parabel kennen.

Gruppenbildung

Teilen Sie die Klasse in heterogene Gruppen mit je 4–5 Lernenden auf. Die **erste Aufgabe** der Gruppe ist es, **gemeinsam die 10 Quartette** zu finden. Dafür legen die Lernenden alle Karten offen auf den Tisch und ordnen sie einander zu. Durch die Heterogenität der Gruppe wird es Schülerinnen und Schüler geben, die die Zusammenhänge bereits gut verstanden und verinnerlicht haben, sodass sie diese ihren Mitschülerinnen und Mitschülern erklären können. Unsicherheiten werden hier geklärt und die Lernenden werden mit den Quartetten vertraut. Anschließend kann das Spiel beginnen. Die Karten werden gerecht verteilt und der erste Spieler kann nach den passenden Karten fragen. Beim Spiel wird die kommunikative Kompetenz der Lernenden gefordert und gefördert.

So erstellen Sie das Quartett-Spiel

Das Erstellen des Quartetts benötigt etwas Zeit, da es für jede Gruppe kopiert und laminiert werden muss (dann ist es aber mehrfach einsetzbar). Um die Quartett-Spiele später auch gut voneinander trennen zu können, bietet es sich an, für jede Gruppe das Quartett-Spiel auf ein andersfarbiges Papier zu kopieren. Von jeder Farbe benötigen Sie 11 Seiten (10 Seiten Quartett und 1 Seite Spielanleitung). Somit lässt sich jeder Gruppe eine andere Farbe zuordnen und die Karten geraten nicht durcheinander.

Auf einen Blick

1. Stunde Wiederholung von Verschiebungen, Stauchung und Streckung

[M 1* \(Ab\)](#) [Wie kann ich an der Funktionsgleichung die Form und die Lage der Parabel erkennen? \(leicht\)](#)

[M 1** \(Ab\)](#) [Wie kann ich an der Funktionsgleichung die Form und die Lage der Parabel erkennen? \(schwer\)](#)

2./3. Stunde Übungsphase

[M 2 \(Ab\)](#) [Spielanleitung und Quartett-Spiel](#)

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt

Minimalplan

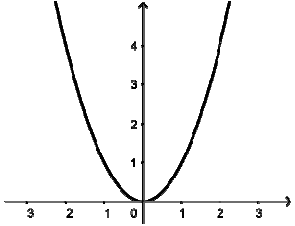
Die Zeit ist knapp? Geben Sie das Arbeitsblatt (M 1) als Hausaufgabe auf und lassen Sie die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen in der nächsten Stunde paarweise oder gemeinsam im Plenum besprechen.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie [hier](#).

Wie kann ich an der Funktionsgleichung die Form und die Lage der Parabel erkennen?

M 1*

Aufgabe: Ordne jeder **Erklärung** eine passende **Funktionsgleichung**, **Beschreibung** und **grafische Darstellung**, wie im Beispiel in der 1. Zeile, zu. Schneide dazu die unteren Kästchen aus und klebe sie unter die Tabelle in dein Heft.

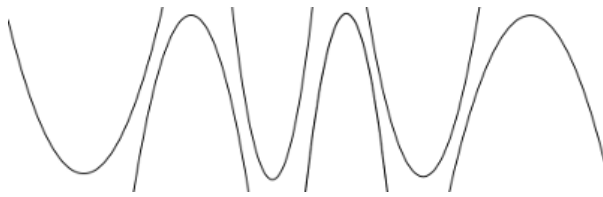
Funktionsgleichung	Beispiel	Beschreibung	Grafische Darstellung
$f(x) = x^2$ Hierbei handelt es sich um eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt durch den Ursprung.	$f(x) = x^2$	Normalparabel $S(0 0)$	
$f(x) = -0,25(x - 3)^2 + 6$	$f(x) = (x - 3)^2 + 2$	$f(x) = -5x^2$	$f(x) = x^2 + 3$
$f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$ Die Normalparabel wurde auf der y-Achse um den Wert y_s und auf der x-Achse um den Wert x_s verschoben. Der Scheitelpunkt liegt bei $S(x_s y_s)$.	$f(x) = x^2 + y_s$ Die Normalparabel wurde auf der y-Achse um den Wert y_s verschoben. Der Scheitelpunkt liegt bei $S(0 y_s)$.	$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ Eine gestauchte ($0 < a < 1$) oder gestreckte ($ a > 1$) Parabel wurde auf der y-Achse um den Wert y_s und auf der x-Achse um den Wert x_s verschoben. Der Scheitelpunkt liegt bei $S(x_s y_s)$.	$f(x) = ax^2$ Die Zahl a bestimmt die Öffnung und die Form der Parabel. Dabei gilt: <ul style="list-style-type: none"> • a ist positiv \rightarrow Parabel ist nach oben geöffnet • a ist negativ \rightarrow Parabel ist nach unten geöffnet • $a > 1 \rightarrow$ Parabel wurde gestreckt • $0 < a < 1 \rightarrow$ Parabel wurde gestauch Der Scheitelpunkt liegt bei $S(0 0)$.
Nach oben geöffnete Normalparabel, die auf der y-Achse um 3 verschoben wurde, $S(0 3)$	Nach oben geöffnete Normalparabel, die auf der y-Achse um 2 und auf der x-Achse um 3 nach rechts verschoben wurde, $S(3 2)$	Nach unten geöffnete, gestreckte Parabel, da 5 positiv und größer als 1 ist, $S(0 0)$	Nach unten geöffnete, gestauchte Parabel, die auf der y-Achse um 6 und auf der x-Achse um 3 verschoben wurde, $S(3 6)$

Hinweise (M 1*/M 1**)

Geben Sie dieses Arbeitsblatt als Zusammenfassung und Festigung aus, nachdem Sie die **Verschiebungen sowie Stauchung und Streckung** erarbeitet haben. Je nach Lerngruppe können die Lösungen im Plenum besprochen oder das Lösungsblatt zur Selbstkontrolle zur Verfügung gestellt werden. Das Arbeitsblatt fasst die möglichen Verschiebungen einer Parabel sowie die Streckung bzw. Stauchung zusammen. Dabei wird jeweils eine allgemeine **Funktionsgleichung** in einer Erklärung näher beschrieben. Zu jeder dieser Erklärungen passt eine konkrete Funktionsgleichung als **Beispiel** mit einer **Beschreibung** der Lage und der Form und einer **grafischen Darstellung**. Aufgabe der Lernenden ist es, diese richtig einander zuzuordnen. Die Tabelle kann als Regel ins Heft eingeklebt werden, sodass sie später als Merkblatt dienen kann. Das Arbeitsblatt gibt es in **zwei Schwierigkeitsgraden**; die leichtere Version (M 1*) enthält bereits ein Beispiel und die auszu-schneidenden Beschreibungen sind thematisch geordnet. In der ersten Reihe befinden sich alle grafischen Darstellungen, in der zweiten Reihe alle Funktionsgleichungen usw. Das schwierigere Arbeitsblatt (M 1**) enthält kein Beispiel, die einzelnen Kärtchen sind unsortiert und müssen noch thematisch zugeordnet werden. Die Lösung ist für beide Arbeitsblätter dieselbe, sodass Sie beide Schwierigkeitsgrade gleichzeitig in einer Lerngruppe einsetzen können. Die Schülerinnen und Schüler können ihre Lösungen miteinander vergleichen, auch wenn sie unterschiedliche Niveaus bearbeitet haben.

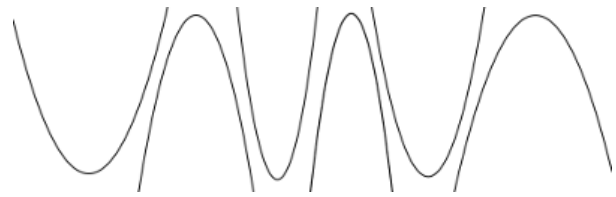
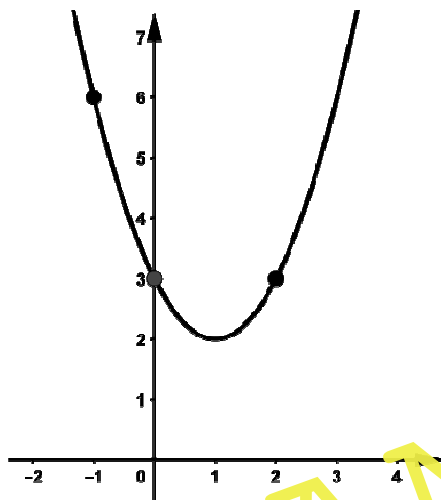
Hinweise (M 2)

Viele Jugendliche sind es in der heutigen Zeit immer weniger gewohnt, miteinander zu spielen, Freude beim Gewinnen bzw. Frustration beim Verlieren zu erleben und auszuhalten. In diesem **Quartett-Spiel (M 2)** steht die **Kommunikation im Vordergrund**. Die Spieler lernen, sich klar und deutlich auszudrücken, um die richtige Karte zu erhalten. Sie trainieren das genaue Zuhören, einander zu verstehen und zu antworten. Auch durch Beobachtung und Interpretation der Körpersprache erhalten sie Informationen (z. B. das Lächeln eines Spielers, der die besagte Karte besitzt). Die persönliche Kommunikation ist neben der eher häufiger genutzten Kommunikation mittels digitaler Medien von großer Bedeutung. Neben diesen sozialen Kompetenzen werden die Zusammenhänge zwischen **Funktionsgleichung** und **Lage/Form** der **Parabel** trainiert. Besondere Punkte einer Parabel wie der **Scheitelpunkt** und die **Nullstellen** werden hervorgehoben und somit besser ins Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler gebracht. Durch die Kommunikation der Lernenden untereinander werden die Zusammenhänge einander noch einmal erklärt. Es gibt 10 Quartette, da sich 40 Karten sowohl gut auf 4 als auch 5 Spieler verteilen lassen. Ein Quartett besteht immer aus einer Karte mit der **grafischen Darstellung**, einer Karte mit der Beschreibung der **Form und des Scheitelpunktes**, einer Karte mit der **Funktionsgleichung** und einer Karte mit den **Nullstellen und weiteren Punkten** der Parabel. Aufgabe der Lernenden ist es, die 4 zueinander passenden Karten zu finden. Dabei fragen sie – wie beim klassischen Quartett-Spiel – ihre Mitspielerinnen und Mitspieler nach der entsprechenden Karte. Bei jeder Karte stellt sich die Frage, um welche Parabel es sich handelt. Wie ist ihre Form und ihre Lage im Koordinatensystem, welche Punkte gibt es, wo liegt der Scheitelpunkt, gibt es Nullstellen oder nicht? Die Karte mit der **grafischen Darstellung** zeigt die Parabel im Koordinatensystem. Hier lassen sich der Scheitelpunkt, die Nullstellen und die Form ablesen. Zudem sind weitere Punkte markiert, die auf der Karte **Nullstellen und weitere Punkte** aufgeführt sind. Somit lassen sich die Karten besser zuordnen. Die Karte **Form und Scheitelpunkt** gibt den Scheitelpunkt an und beschreibt die Form der Parabel (Öffnung nach oben oder unten, Streckung oder Stauchung). Auf der Karte **Nullstellen und weitere Punkte** sind diese aufgelistet. Die Karte **Funktionsgleichung** enthält die Funktionsgleichung und die x-Werte der markierten bzw. angegebenen Punkte. Hierbei trainieren die Lernenden das Berechnen der y-Werte aus der Funktionsgleichung, um die Punkte genau zu benennen.



Parabelquartett – finde 4 zueinander passende Karten!

Grafische Darstellung



Parabelquartett – finde 4 zueinander passende Karten!

Form + Scheitelpunkt

Form:

nach oben geöffnete Normalparabel

Scheitelpunkt: S (1|2)



Parabelquartett – finde 4 zueinander passende Karten!

Funktionsgleichung

$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

Tipp: Betrachte die x-Werte der angegebenen Punkte:

$$x = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$



Parabelquartett – finde 4 zueinander passende Karten!

Nullstellen + Punkte

Nullstellen:

keine Nullstellen

Weitere Punkte der Parabel:

A (0|3)

B (-1|6)

C (2|3)