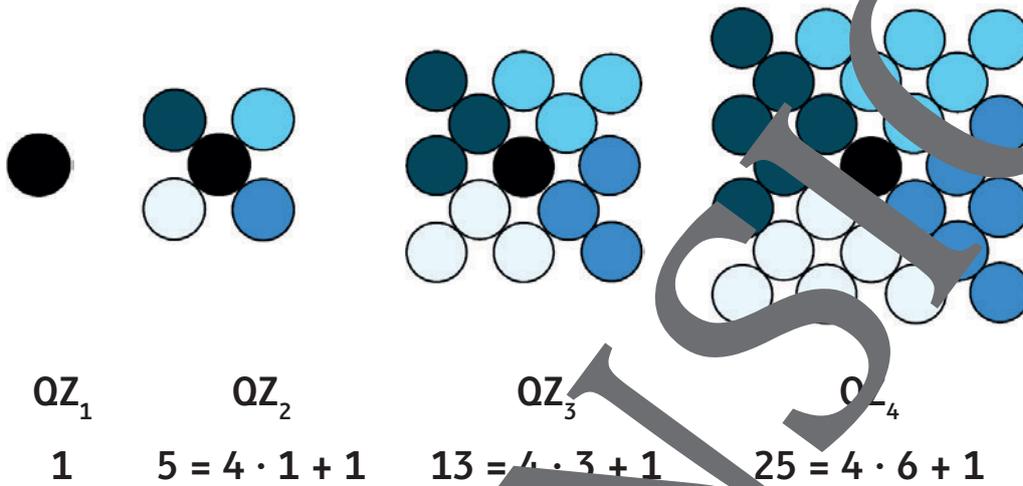


### III.40

#### Form und Raum

## Besondere figurierte Zahlen in der Ebene – Zentrierte Polygonalzahlen erforschen

Dr. Doris Bocka



Zentrierte Polygonalzahlen sind ein spannendes Thema, bei dem sich Ihre Schüler durch handlungsorientiertes Zusammenarbeiten erschließen können. Dabei nutzen sie die geometrischen Darstellungsmöglichkeiten in der Ebene.

#### KOMPETENZPROFIL

**Klassenstufe:** 5/6

**Dauer:** 2 Unterrichtsstunden

**Inhalt:** Erkennen von Mustern und Formen figurierter Zahlen, Ableitung von Zusammenhängen

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mathematisch kommunizieren (K6)

**Ihr Plus:** Handlungsorientierung und Bearbeitungsstrategien

## Auf einen Blick

Gl = Grundlagen, Üb = Übung, Wh = Wiederholung

### 1./2. Stunde



**Thema:** Zentrierte Dreieckszahlen

**M 1** (Wh)

Poster: Zentrierte figurierte Zahlen

**M 2** (Gl)

Zentrierte Dreieckszahlen

**Benötigt:**

- Farbstifte für Schüler, evtl. Notizblock
- OH-Projektor und nicht permanente Stifte sowie nicht transparente Wendeplättchen bzw. Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von M 2, M 3 (Aufgabe 1) und M 6 (Tipp 1)

### 3./4. Stunde



**Thema:** Zentrierte Quadratzahlen

**M 3** (Gl)

Zentrierte Quadratzahlen

**Benötigt:**

- Poster M 3
- Farbstifte für Schüler, evtl. Notizblock
- OH-Projektor und nicht permanente Stifte sowie nicht transparente Wendeplättchen bzw. Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von M 3, M 5 (Aufgabe 2–4) und M 6 (Tipp 2)

### 5./6. Stunde



**Thema:** weitere zentrierte Polygonalzahlen und Zusammenhänge mit den figurierten Zahlen

**M 4** (Üb)

Weitere zentrierte Polygonalzahlen

**M 5** (Üb)

Welche Zusammenhänge von figurierten und zentrierten figurierten Zahlen gibt es?

**Benötigt:**

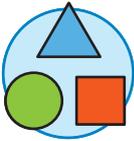
- Poster M 1
- Farbstifte für Schüler, evtl. Notizblock
- OH-Projektor und nicht permanente Stifte bzw. Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von M 4 und M 5 (Aufgabe 2–4)

### Zusatzmaterial

**M 6** (Gl)

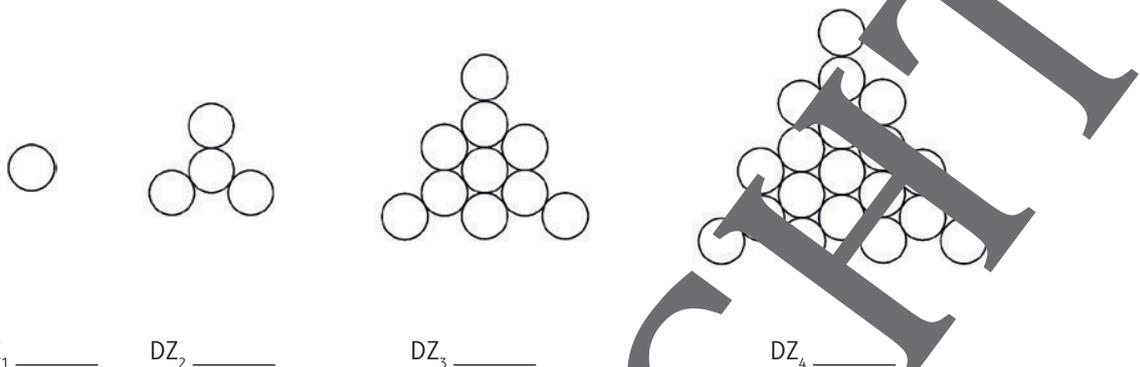
Tipp-Karten: Dreiecks- und Quadratzahlen

## Erklärung zu Differenzierungssymbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

# M 2 Zentrierte Dreieckszahlen



Hier siehst du besondere Dreiecksmuster.  
 Die Folge geht immer vom Mittelpunkt aus. Deshalb heißen sie zentrierte Dreieckszahlen.  
 Ihre Abkürzung lautet DZ.

### Aufgabe 1

Markiere in den Abbildungen oben die Punkte farblich, die jeweils neu dazugekommen sind. Nutze dafür farbige Stifte.

**Tipp:** Male zuerst die Punkte der Vorgangszahl schwarz aus. Nimm dann eine bunte Farbe für die Ecken und eine weitere für die Seiten.



Was fällt dir auf? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

### Aufgabe 2

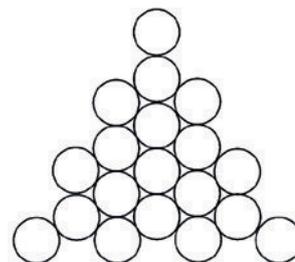
Zähle von den Punkten von Aufgabe 1 und notiere sie auch oben unter den Abbildungen.

DZ<sub>1</sub> \_\_\_\_\_      DZ<sub>2</sub> \_\_\_\_\_      DZ<sub>3</sub> \_\_\_\_\_      DZ<sub>4</sub> \_\_\_\_\_

### Aufgabe 3

Ergänze die nebenstehende vierte Dreieckszahl zur fünften Dreieckszahl und zähle ihre Punkte.

**Tipp:** Füge erst die Punkte an den Ecken hinzu. Fülle dann mit einer anderen Farbe die Punkte an den Seiten aus.



Wie viele Punkte hast du an das vierte Dreieck  
 hinzugefügt? \_\_\_\_\_

DZ<sub>5</sub> \_\_\_\_\_

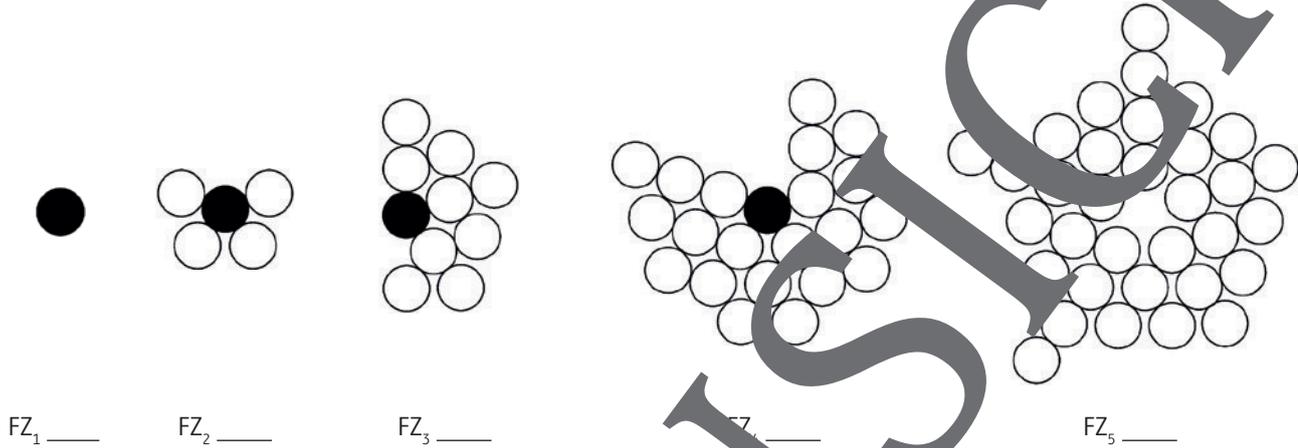
# M 4

## Weitere zentrierte Polygonalzahlen

Du kannst weitere zentrierte Polygonalzahlen bilden. Sie folgen genauso wie die zentrierten Dreieckszahlen und Quadratzahlen einem bestimmten Muster.

### Aufgabe 1

Vervollständige die Abbildungen zu zentrierten Fünfeckzahlen. Notiere die Anzahl der Punkte in den Abbildungen.



**Tipp:** Bei den zentrierten Dreiecks- und Quadratzahlen bist du zuerst die Eckpunkte eingezeichnet und dann die Seiten aufgefüllt. Verwende für die Ecken und Seiten verschiedene Farben.

Wie bist du vorgegangen? \_\_\_\_\_

Welche Regel findest du? \_\_\_\_\_

Schreibe die zentrierten Fünfeckzahlen als Addition auf.

FZ<sub>1</sub> = 1

FZ<sub>2</sub> = 1 + \_\_\_\_\_

FZ<sub>3</sub> = 1 + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

FZ<sub>4</sub> = 1 + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

FZ<sub>5</sub> = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_



**Hinweis**

Verwende die Regel für zentrierte Dreiecks- und Quadratzahlen.

**Tipp:** Addiere die Vorgängerzahl mit der Anzahl der Ecken und der Anzahl der Punkte an den Seiten (als Produkt  $5 \cdot x$ ).

Schreibe diese Regel als allgemeine Formel: FZ<sub>n</sub> = \_\_\_\_\_

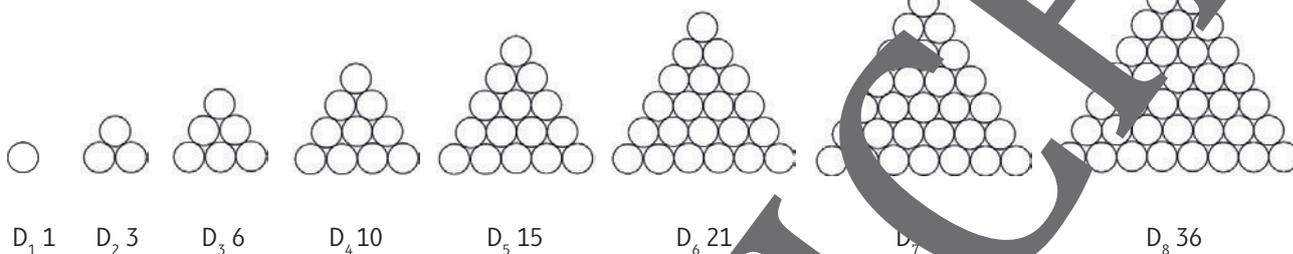
# Tipp-Karten: Dreiecks- und Quadratzahlen

M 6



## Tipp 1: Dreieckszahlen

Es gilt:

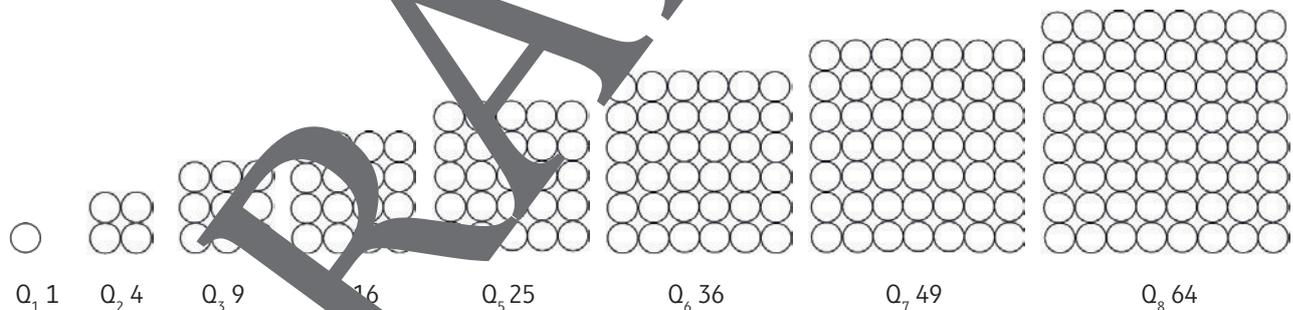


Die Dreieckszahlen lassen sich bilden aus der Summe der aufeinanderfolgenden Zahlen.

$D_1$ 1	$D_5$ 15 = (1 + 2 + 3 + 4) + 5 = 10 + 5
$D_2$ 3 = 1 + 2	$D_6$ 21 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 6 = 15 + 6
$D_3$ 6 = (1 + 2) + 3 = 3 + 3	$D_7$ 28 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 7 = 21 + 7
$D_4$ 10 = (1 + 2 + 3) + 4 = 6 + 4	$D_8$ 36 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) + 8 = 28 + 8

Allgemein gilt:  $D_n = n + D_{n-1}$

## Tipp 2: Quadratzahlen

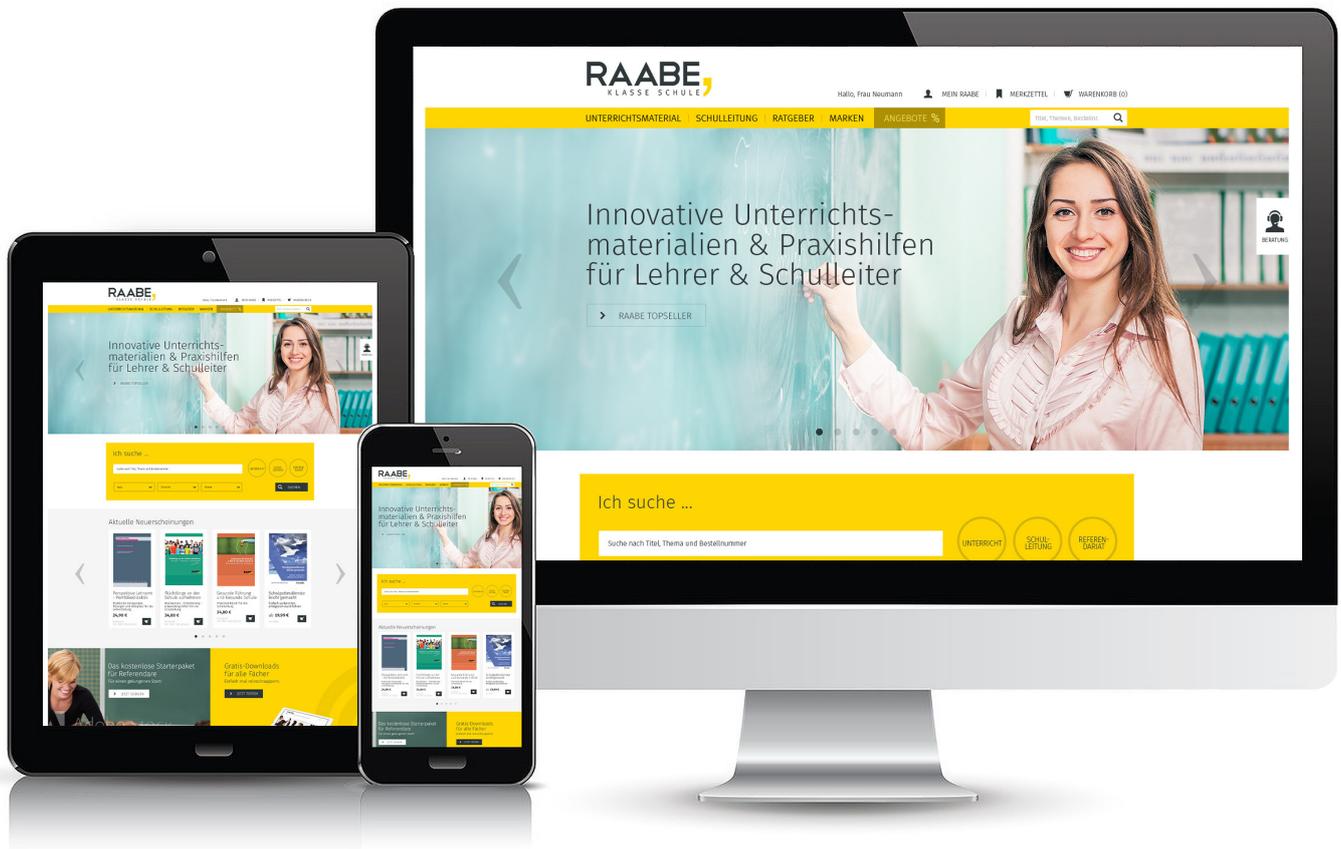


Die Quadratzahlen lassen sich bilden aus dem Produkt der aufeinanderfolgenden Zahlen.

$Q_1$ 1 = 1	$Q_5$ 25 = 5 · 5
$Q_2$ 4 = 2 · 2	$Q_6$ 36 = 6 · 6
$Q_3$ 9 = 3 · 3	$Q_7$ 49 = 7 · 7
$Q_4$ 16 = 4 · 4	$Q_8$ 64 = 8 · 8

Allgemein gilt:  $Q_n = n · n = n^2$

# Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



## Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**