

I.66

Zahlen und Größen

Rund um π – im Gruppenpuzzle vom alten Ägypten bis in die Neuzeit

Nach einer Idee von Stefanie Ginaidi
Illustrationen von Wolfgang Zettlmeier



© Tuul & Bruno Morandi/The Image Bank

Die Zahl π wird in diesem Beitrag mithilfe der Methode des Gruppenpuzzles vertieft behandelt und dabei aus unterschiedlichen historischen Perspektiven beleuchtet. Viele interessante Aspekte dieser besonderen Konstante, die sonst nur wenig Beachtung finden, werden dabei aufgegriffen.

KOMPETENZEN

Klassenstufe:

9

Dauer:

1–2 Stunden

Inhalt:

Betrachtung der Kreiszahl π unter historischen Aspekten

Kompetenzen:

mathematisch argumentieren und beweisen (K 1), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5), mathematisch kommunizieren (K 6)

Material:

Material zur Differenzierung, Material zur Selbstkontrolle, Tippkarten

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt, Üs = Übersicht, Tk = Tippkarten, Gek = Gruppeneinteilungskärtchen

1./2. Stunde

Thema:	Die Kreiszahl π
M 1 (Üs)	Die Kreiszahl π – Gruppeneinteilung
M 2 (Gek)	Die Kreiszahl π – Gruppenübersicht
M 3 (Ab)	Die Kreiszahl π im alten Ägypten
M 4 (Ab)	Die Kreiszahl π in der Bibel
M 5 (Ab)	Die Kreiszahl π bei den alten Griechen
M 6 (Ab)	Die Kreiszahl π in der Neuzeit
M 7 (Ab)	Die Kreiszahl π – schon gewusst?
M 8 (Tk)	Tippkarten zum Gruppenpuzzle

- Benötigt:**
- Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner
 - Linsen
 - DIN-A4-Hefte (blank)

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Sie müssen das Material nicht unbedingt als Gruppenpuzzle anlegen. Sie können die Schülerinnen und Schüler auch in Einzel- oder Partnerarbeit nur ein Material des Gruppenpuzzles **M 3–M 6** bearbeiten lassen. Anstelle eines zeitintensiven Austauschs in Gruppen erfolgt die Ergebnisüberprüfung durch Selbstkontrolle mithilfe der Lösungen.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

	Diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 14.

Die Kreiszahl π – Gruppeneinteilung

M 1

1A 	1A 	1A 	1A 
1B 	1B 	1B 	1B 
1C 	1C 	1C 	1C 
1D 	1D 	1D 	1D 
2E 	2E 	2E 	2E 
2F 	2F 	2F 	2F 
2G 	2G 	2G 	2G 
2H 	2H 	2H 	2H 

© RAABE 2021

Bildquelle v. links n. rechts: © sculpies/iStock/Getty Images Plus; © Jose Luis Pelaez Inc/DigitalVision/Getty Images Plus; © colourbox; © Bet_Noire/iStock/Getty Images Plus

M 2

Die Kreiszahl π – Gruppenübersicht

Die Kreiszahl π	Meine Notizen
<p data-bbox="459 398 724 432">Bei den alten Ägyptern</p>  <p data-bbox="397 701 707 730">© sculpies/iStock/Getty Images Plus</p>	
<p data-bbox="523 763 660 792">In der Bibel</p>  <p data-bbox="397 1061 754 1120">© Jose Luis Pelaez Inc/DigitalVision/Getty Images Plus</p>	
<p data-bbox="485 1144 699 1173">Die alten Griechen</p>  <p data-bbox="397 1447 507 1476">© turbox</p>	
<p data-bbox="544 1507 660 1536">Die Neuzeit</p>  <p data-bbox="418 1807 746 1836">© Bet_Noire/iStock/Getty Images Plus</p>	

Die Kreiszahl π im alten Ägypten

M 3



© sculpies/iStock/Getty Images Plus

Die alten Ägypter haben besonders in der Zeit um 3000 bis 500 v. Chr. in manchen Gebieten der Mathematik sehr gute Fähigkeiten entwickelt. Einmal im Jahr trat der Nil, der durch das Land fließt, über seine Ufer. Dies hatte zwar zur Folge, dass fruchtbarer Nilschlamm auf den Feldern abgelagert wurde. Allerdings wurden auch jedes Mal die Abgrenzungen der Felder unkenntlich gemacht, sodass die alten Ägypter diese jährlich neu vermessen mussten.

Deshalb waren sie wahre Meister in der Flächenberechnung.

Sie kannten auch eine Methode, um den Flächeninhalt eines Kreises zu berechnen. Sie wählten statt des Kreises ein passendes Achteck und berechneten den Inhalt dieses Achtecks.

Aufgabe

- a) **Gebt** die Formel für den Flächeninhalt des kleinen Quadrates Q_{klein} in Abhängigkeit vom Radius r des Kreises **an**.

- b) **Gebt** die Formel für den Flächeninhalt des großen Quadrates $Q_{\text{groß}}$ in Abhängigkeit vom Flächeninhalt von Q_{klein} **an**.

Zählt, wie viele kleine Quadrate das Achteck

passen: _____

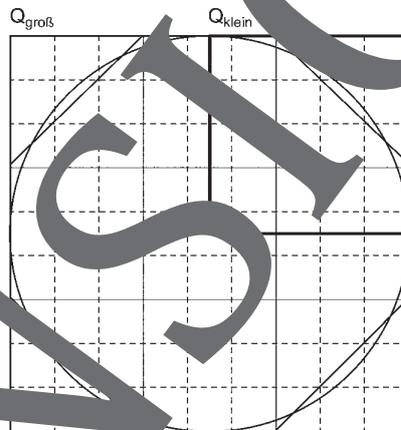
- c) **Begründet**, warum für den Flächeninhalt des Achtecks gilt: $A_{\text{Achteck}} = \frac{63}{81} \cdot 4 \cdot r^2$.

- d) Der Kreis ist etwa ein kleines Rasterquadrat größer als das Achteck, d. h.

$A_{\text{Achteck}} + \frac{1}{81} \cdot A_{\text{Kreis}} = A_{\text{Kreis}}$, also $A_{\text{Achteck}} = \frac{64}{81} \cdot 4 \cdot r^2$, wobei $\frac{64}{81} \cdot 4$ ein konstanter Wert ist, der nah an dem

Wert liegt, den wir heute π nennen.

Berechnet den Näherungswert, den die alten Ägypter für π kannten, mit dem Taschenrechner auf fünf Nachkommastellen.



Grafik: Wolfgang Zettlmeier

M 8

Tippkarten zum Gruppenpuzzle

Tippkarte: Allgemein

Zur Erinnerung

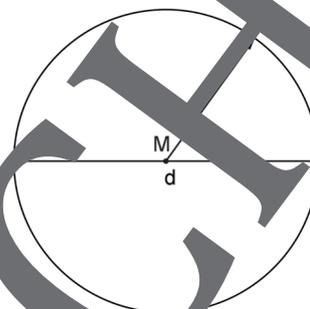
Ein Kreis ist der geometrische Ort aller Punkte der Ebene, die von einem festen Punkt M die gleiche Entfernung r haben.

Dabei heißt:

$M \triangleq$ Mittelpunkt,

$r \triangleq$ Radius ($r > 0$),

$d \triangleq$ Durchmesser ($d > 0$).



Regeln

Für den Durchmesser des Kreises gilt:

$$d = 2 \cdot r$$

Für den Flächeninhalt des Kreises gilt:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$$

Für den Umfang des Kreises gilt:

$$U_{\text{Kreis}} = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

Tippkarte: M 3 Die Kreiszahl π im alten Ägypten



© sculpies/iStock/
Getty Images Plus

- Der Flächeninhalt eines Quadrats berechnet sich aus Länge \cdot Breite.
- Das kleine Quadrat passt n mal in das große.
- Gemeint sind die ganz kleinen Quadrate. Ergänze zwei kleine Dreiecke zu einem Quadrat.
- Nutzt die Erkenntnisse aus a) – c).

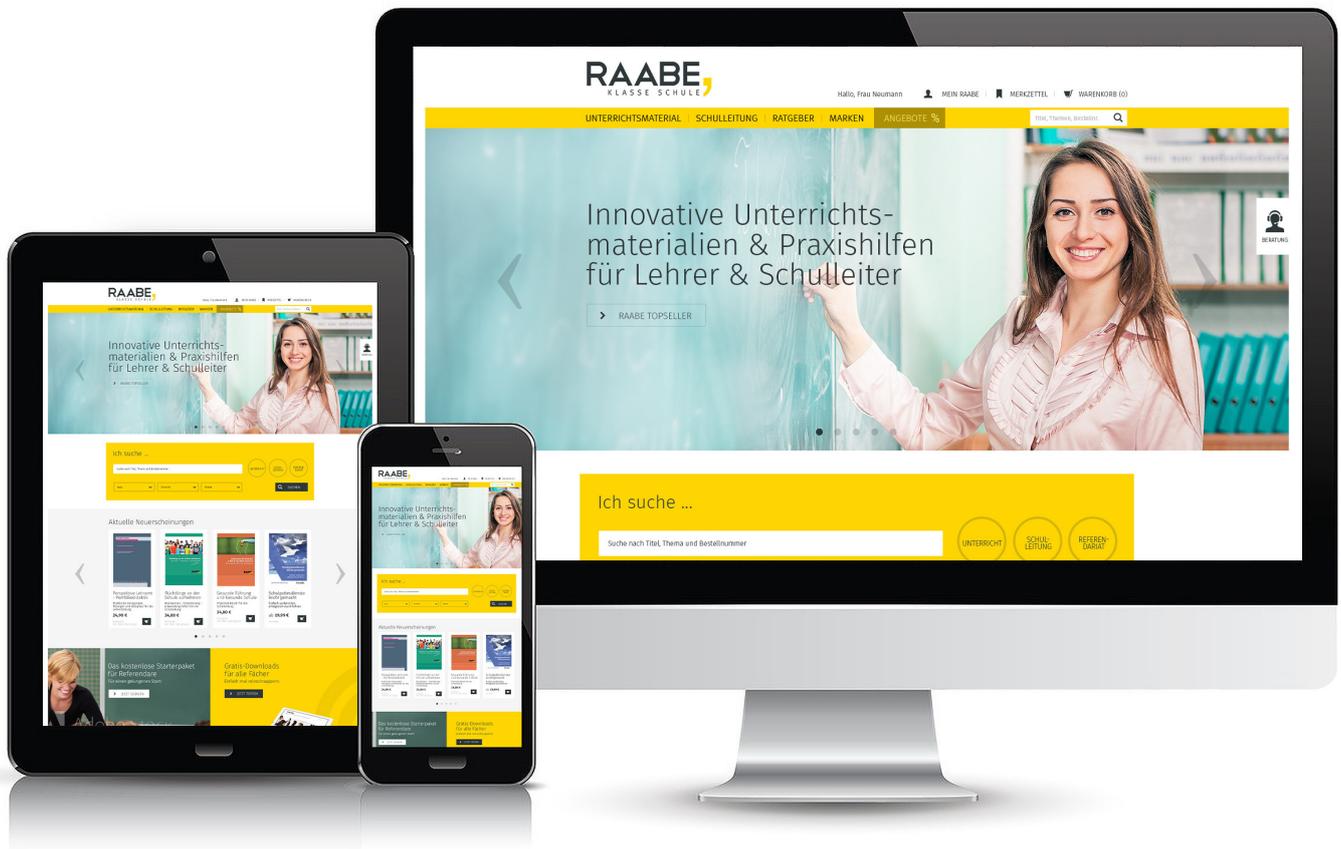
Tippkarte: M 4 Die Kreiszahl π in der Bibel



© Jose Luis Pelaez Inc/
DigitalVision/
Getty Images Plus

- ... mit dem Meer zu tun. Die Menschen hatten die Vorstellung, dass es rund sei.
- Die Zahlen 30 und 10 werden erwähnt.
- π ist der Quotient aus Umfang und Durchmesser.
- Beachtet die Überschrift des Bibeltextes. Es soll ein Tempel erbaut werden.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de