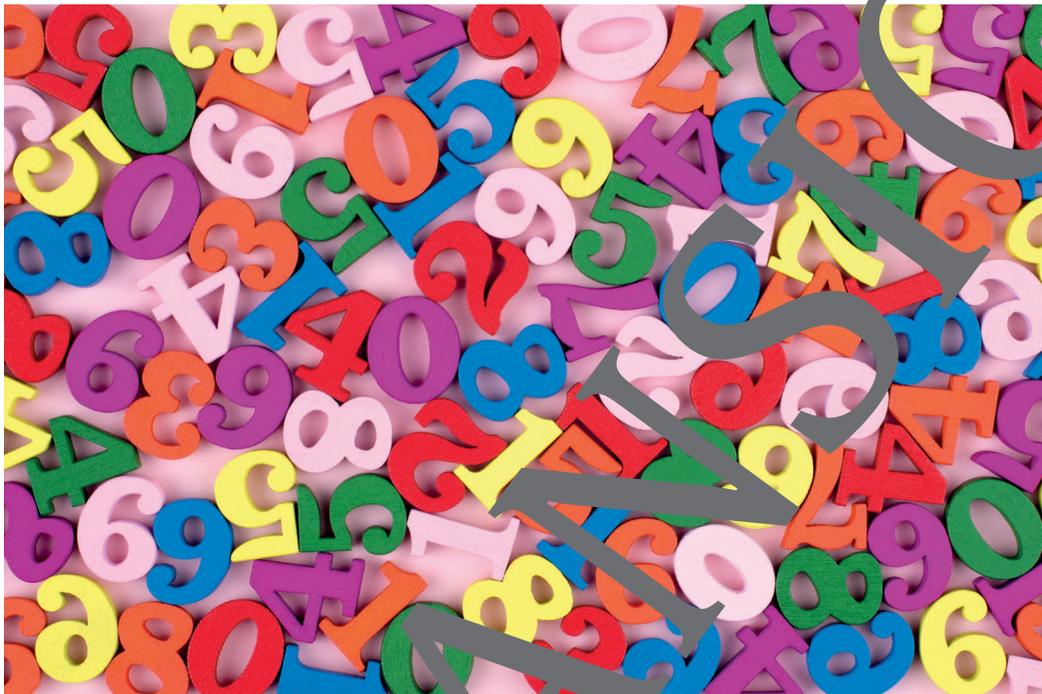


I.74

Zahlen und Größen

Vielfache, Teiler und Primfaktoren – Besondere Eigenschaften natürlicher Zahlen

Alessandro Totaro



© RAABE 2023

© Zuberka/Stock/Getty Images Plus

Der Umgang mit natürlichen Zahlen ist eine wichtige Basiskompetenz für Lernende. Unter anderem ist es wichtig, dass sie den Begriff Primzahlen verstehen und die Teilbarkeitsregeln anwenden können, um auch bei großen Zahlen die Teilbarkeit einzuschätzen. Diese Einheit ermöglicht es den Lernenden, die dafür notwendigen Regeln zu verstehen und zu verinnerlichen, indem sie diese in den Übungsphasen durch unterschiedliche Übungsformen wie Einzelarbeit, spielerische Übungen, Tandemarbeit und den Einbezug von *LearningApps* trainieren und anwenden.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 5/6

Dauer: 10 Unterrichtsstunden (Minimalplan 4)

Inhalt: Vielfache, Teiler, Vielfachenmenge, Teilmenge,
Teilbarkeitsregeln, Endziffernregeln, Quersummenregel,
Primfaktoren, Primfaktorzerlegung

Kompetenzen: mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der
Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

 LearningApps -
interaktive Lernbausteine

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Sp = Spiel; Pa = Partnerarbeit, Lek = Lernerfolgskontrolle
Planung für 10 Stunden

Einstieg

Thema:	Grundwissen zu den Themen Vielfache, Teiler und Primzahlen
M 1 (Ab)	Basisaufgaben – Vielfache bestimmen
M 2 (Ab)	Basisaufgaben – Teiler bestimmen
M 3 (Ab)	Sieb des Eratosthenes – Finde die Primzahlen

Übung zu Teilbarkeitsregeln

Thema:	Grundaufgaben zu Teilbarkeitsregeln
M 4 (Sp)	Memory – Finde die passenden Paare
M 5 (Pa)	Tandembogen – Verstehe die Teilbarkeitsregeln?
M 6 (Ab)	Zahlen unter der Lupe I – Endziffernregel anwenden
M 7 (Ab)	Zahlen unter der Lupe II – Quersummenregel anwenden

Gemischte Übungen

Thema:	Gemischte Übungen zu Primfaktoren und Teilbarkeitsregeln
M 8 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Primfaktorzerlegung bestimmen
M 9 (Ab)	Exkurs – Die mathematische Zauberei mit der Quersummenregel
M 10 (Ab)	Gemischte Übungen – differenzierte Aufgabenfelder

Überprüfung des Lernfortschritts

Thema:	Lernerfolgskontrolle – wie gut ist das Thema verstanden?
M 11 (Ab)	Fit für den Test? – Übungen zum gesamten Themenbereich

Lösungen

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 20.



Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für vier Stunden mit den folgenden Materialien:

Thema: Grundwissen zu den Themen Vielfache, Teiler und Primzahlen

M 1 (Ab)	Basisaufgaben – Vielfache bestimmen
M 2 (Ab)	Basisaufgaben – Teiler bestimmen
M 8 (Ab)	Gemeinsam sind wir stark – Primfaktorzerlegung bestimmen
M 10 (Ab)	Gemischte Übungen – differenzierte Aufgabenfelder



Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders angegeben, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.	
	einfaches Niveau	
	mittleres Niveau	
		schwieriges Niveau
	LearningApps	
	Alternative	
		Selbsteinschätzung

M 1



Basisaufgaben – Vielfachenmenge bestimmen

So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Musterlösung vergleichst.

Vielfachenmenge
Die Vielfachenmenge wird wie folgt dargestellt:
$V_7 = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, \dots\}$

Aufgabe 1

Bestimme jeweils die Vielfachenmenge mit 10 Zahlen.

a) $V_5 =$ _____

b) $V_9 =$ _____

c) $V_{11} =$ _____

d) $V_8 =$ _____

e) $V_{12} =$ _____

f) $V_{17} =$ _____

g) $V_{31} =$ _____

Aufgabe 2

Finde jeweils die Multiplikatoren und korrigiere sie.

a) $V_{22} = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209, 220, \dots\}$

$V_{10} = \{13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143, 156, 169, 182, 195, 208, 221, \dots\}$

Aufgabe 2

Bestimme, welche Vielfachen hier dargestellt werden.

a) $V = \{15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, \dots\}$

b) $V = \{\dots, 34, 51, 68, 85, 102, 119, \dots\}$

Basisaufgaben – Teiler bestimmen

M 2

So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Musterlösung vergleichst.

Teilmengen	
Die Teilmengen werden wie folgt dargestellt:	
$T_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$	12
	$1 \cdot 2$
	$2 \cdot 6$
	$3 \cdot 4$

Aufgabe 1

Bestimme jeweils die Teilmengen mithilfe der möglichen Produkte.

a)	20
$T_{20} =$ _____	

b)	32
$T_{32} =$ _____	

Aufgabe 2

Bestimme jeweils die Teilmengen. Welche Zahlen sind nur durch sich selbst und durch 1 teilbar. Welche der Zahlen sind Primzahlen? Worauf erkennt man es? **Erläutere**.

a) $T_8 =$ _____

b) $T_{24} =$ _____

c) $T_{15} =$ _____

d) $T_7 =$ _____

M 3

Sieb des Eratosthenes – Finde die Primzahlen



So geht's

Lies dir die Infos zur Strategie von Eratosthenes durch.

Folge danach seinen Anweisungen und **bearbeite** die Tabelle.

Sieb des Eratosthenes

Eratosthenes war ein Mathematiker, der von 273 v. Chr. bis 194 v. Chr. in Alexandria lebte. Er war ein außergewöhnlich vielseitiger griechischer Gelehrter und hat die Primzahlen näher untersucht. Hier lernst du seine Sieb-Methode kennen, um Primzahlen in einem vorgegebenen Zahlenbereich schnell und einfach zu finden.



Grafik: Julia Lenzmann

Aufgabe

- a) 1. **Streiche** alle Vielfachen von 2 **durch** (außer die 2 selbst)!
2. **Streiche** alle Vielfachen von 3 **durch** (außer die 3 selbst)!
3. **Streiche** alle Vielfachen von 5 **durch** (außer die 5 selbst)!
4. **Streiche** alle Vielfachen von 7 **durch** (außer die 7 selbst)!

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

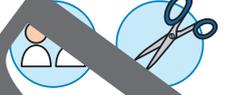
- b) **Kreise** um alle übrig gebliebenen Zahlen **ein**. **Notiere** sie hier.

Was fällt dir auf? **Beschreibe** deine Beobachtung.

VORBRANSICHT

Memory – Finde die passenden Paare

M 4



So geht's

1. **Schneidet** die Karten **aus**.
2. **Spielt** nun nach den klassischen Memoryspielregeln und **findet** die passenden Paare:
Welche Formel passt zu welchem Thema?
3. **Klebt** am Ende die Kartenpaare ins Heft.

Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ...	Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ...	Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ...
... ihre Endziffer 0 oder 5 lautet.	... ihre Endziffer 0 lautet.	... ihre letzten beiden Ziffern eine Zahl ergeben, die durch 4 teilbar ist.
... ihre Endziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 lautet.	... ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.	... ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ...	Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ...	Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ...

M 5



Tandembogen – Verstehst du die Teilbarkeitsregeln?

So geht's

1. **Bearbeitet** das folgende Arbeitsblatt zu zweit.
Faltet das Arbeitsblatt dazu entlang der Mittellinie.
 Person B **beginnt**, **liest** den Satz und **vervollständigt** diesen.
 Person A **kontrolliert** das Ergebnis (grau) auf ihrer Seite.
 Dann **vervollständigt** Person A den Satz usw.
Helft euch gegenseitig.

Person A	Person B
... ihre Endziffer 5 lautet.	Die Zahl 345 ist durch 5 teilbar, weil ...
Die Zahl 4250 ist durch 10 teilbar, weil ihre Endziffer 0 lautet.
... ihre Quersumme 17 beträgt und diese nicht durch 3 teilbar ist.	Die Zahl 1452131 ist nicht durch 3 teilbar, weil ...
Die Zahl 3414141 ist durch 3 teilbar, weil ihre Quersumme 18 beträgt und diese durch 3 teilbar ist.
... ihre Endziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 lautet.	Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ...
Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
... ihre letzten beiden Ziffern eine Zahl ergeben, die durch 4 teilbar ist.	Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ...
Die Zahl 5249023 ist nicht durch 4 teilbar, weil ihre Endziffer weder 0 noch 5 lautet.
... ihre Endziffer 0 lautet.	Die Zahl 1922350 ist durch 10 teilbar, weil ...
Die Zahl 33692 ist nicht durch 9 teilbar, weil ihre Quersumme 23 beträgt und diese nicht durch 9 teilbar ist.
... ihre letzten beiden Ziffern die Zahl 12 darstellen und 12 durch 4 teilbar ist.	Die Zahl 33612 ist durch 4 teilbar, weil ...
Die Zahl 33692 ist durch 5 teilbar, weil ihre Endziffer 0 lautet.

Grafik: Julia Lenzmann

Zahlen unter der Lupe I – Endziffernregel anwenden

M 6

So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Übe die Quersummenregeln alternativ oder zusätzlich auch mithilfe der *LearningApp*
<https://learningapps.org/watch?v=pjcc91o5v23>.

Aufgabe 1

a) **Markiere** die Zahlen, die durch 2 teilbar sind:

3141, 290, 185, 9827, 49012, 900, 9877

b) **Markiere** die Zahlen, die durch 5 teilbar sind:

3441, 290, 186, 9221, 49012, 325, 3970

Aufgabe 2

a) Ist folgende Zahl durch 4 teilbar? **Begründe** deine Entscheidung.

3 141 324 230 → _____, weil _____

b) Ist folgende Zahl durch 2 teilbar? **Begründe** deine Entscheidung.

3 888 990 532 → _____, weil _____

c) Ist folgende Zahl durch 10 teilbar? **Begründe** deine Entscheidung.

4 142 142 147 → _____, weil _____

Aufgabe 3

Prüfe die Teilbarkeit und **kreuz an**, wenn sie durch die angegebene Zahl teilbar ist.

	7454	980	2032	19 095
teilbar durch 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
teilbar durch 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
teilbar durch 10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4

a) die nächstgrößere natürliche Zahl **an**, die durch 2 teilbar ist.

4 568 79 → _____ 1 917 313 → _____

b) die nächstgrößere natürliche Zahl **an**, die durch 5 und durch 4 teilbar ist.

1 456 544 → _____ 917 317 → _____

1 989 267 → _____ 335 999 → _____

Gemeinsam sind wir stark – Die Primfaktorzerlegung von natürlichen Zahlen bestimmen

M 8a



So geht's

1. **Löse** deine Aufgaben.
2. **Suche** dir eine Person, die das Aufgabenblatt B bearbeitet hat.
3. **Vergleiche** eure Ergebnisse und klärt aufkommende Fragen.
Bei den Aufgaben ist teilweise deine Lösung die Aufgabe der Person B und umgekehrt.



Person A

Aufgabe 1

Bestimme jeweils die Primfaktorzerlegung. Gehe dabei schrittweise vor.

a) $20 =$ _____ b) $28 =$ _____ c) $45 =$ _____

$=$ _____ $=$ _____ $=$ _____

d) $60 =$ _____ e) $100 =$ _____

$=$ _____ $=$ _____

$=$ _____ $=$ _____

Aufgabe 2

Die Primfaktorzerlegung welcher Zahl wird hier dargestellt? Ergänze.

a) _____ $= 2 \cdot 15$ b) _____ $= 2 \cdot 4$ c) _____ $= 10 \cdot 5$

$= 2 \cdot 3 \cdot 5$ $= 2 \cdot 7 \cdot 3$ $= 2 \cdot 5 \cdot 5$

d) _____ $= 2 \cdot 70$ e) _____ $= 2 \cdot 12$ f) _____ $= 2 \cdot 63$

$= 2 \cdot 2 \cdot 35$ $= 2 \cdot 2 \cdot 6$ $= 2 \cdot 7 \cdot 9$

$= 2 \cdot 5 \cdot 7$ $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ $= 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3$

Aufgabe 3

Bestimme die Primfaktorzerlegung! Schreibe den Rechenweg auf ein Extra-Blatt.

a) 235 b) 142 c) 91 d) 240 e) 2000

M 10



Gemischte Übungen – Differenzierte Aufgabenfelder

So geht's

1. **Wähle** eine der drei Niveaustufen und löse die Aufgaben.
2. **Vergleiche** deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.

Aufgabe 1

- a) **Bestimme** die Vielfachenmenge mit 10 Zahlen.

$$V_{15} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) **Bestimme** jeweils die Teilmengen.

$$T_{15} = \underline{\hspace{10cm}} \quad T_{18} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) **Bestimme** jeweils die Primfaktorzerlegung!

$$36 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 50 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 48 = \underline{\hspace{10cm}}$$

Aufgabe 2

- a) **Bestimme** die Vielfachenmenge mit 10 Zahlen.

$$V_{37} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) **Bestimme** jeweils die Teilmengen.

$$T_{65} = \underline{\hspace{10cm}} \quad T_{100} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) **Bestimme** jeweils die Primfaktorzerlegung.

$$96 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 80 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 325 = \underline{\hspace{10cm}}$$

Aufgabe 3

- a) **Bestimme** die Vielfachenmenge mit 10 Zahlen.

$$V_{17} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) **Bestimme** jeweils die Teilmengen.

$$T_{156} = \underline{\hspace{10cm}} \quad T_{190} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) **Bestimme** jeweils die Primfaktorzerlegung.

$$256 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 324 = \underline{\hspace{10cm}} \quad 600 = \underline{\hspace{10cm}}$$

Fit für den Test – Übungen zum gesamten Themenbereich

M 11

So geht's

1. Löse die Aufgaben und **vergleiche** deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.
2. **Bewerte** dich selbst anhand des Bewertungsbogens.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Bestimme jeweils die Teilermenge.

a) $T_{85} =$ _____

b) $T_{72} =$ _____

c) $T_{66} =$ _____

Aufgabe 2 (1,5 Punkte)

Finde jeweils die Fehler und **korrigiere** sie.

$$V_{32} = \{32, 64, 96, 128, 150, 191, 223, 256, \dots\}$$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Prüfe die Teilbarkeit und **kreuze an**, wenn sie durch die angegebene Zahl teilbar ist.

	31 401 420	130 405	102 034	99 999
teilbar durch 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
teilbar durch 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
teilbar durch 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4 (4,5 Punkte)

Bestimme jeweils die Primfaktorzerlegung. Gehe dabei schrittweise vor.

a) $18 =$ _____ b) $42 =$ _____ c) $66 =$ _____

$=$ _____ $=$ _____ $=$ _____

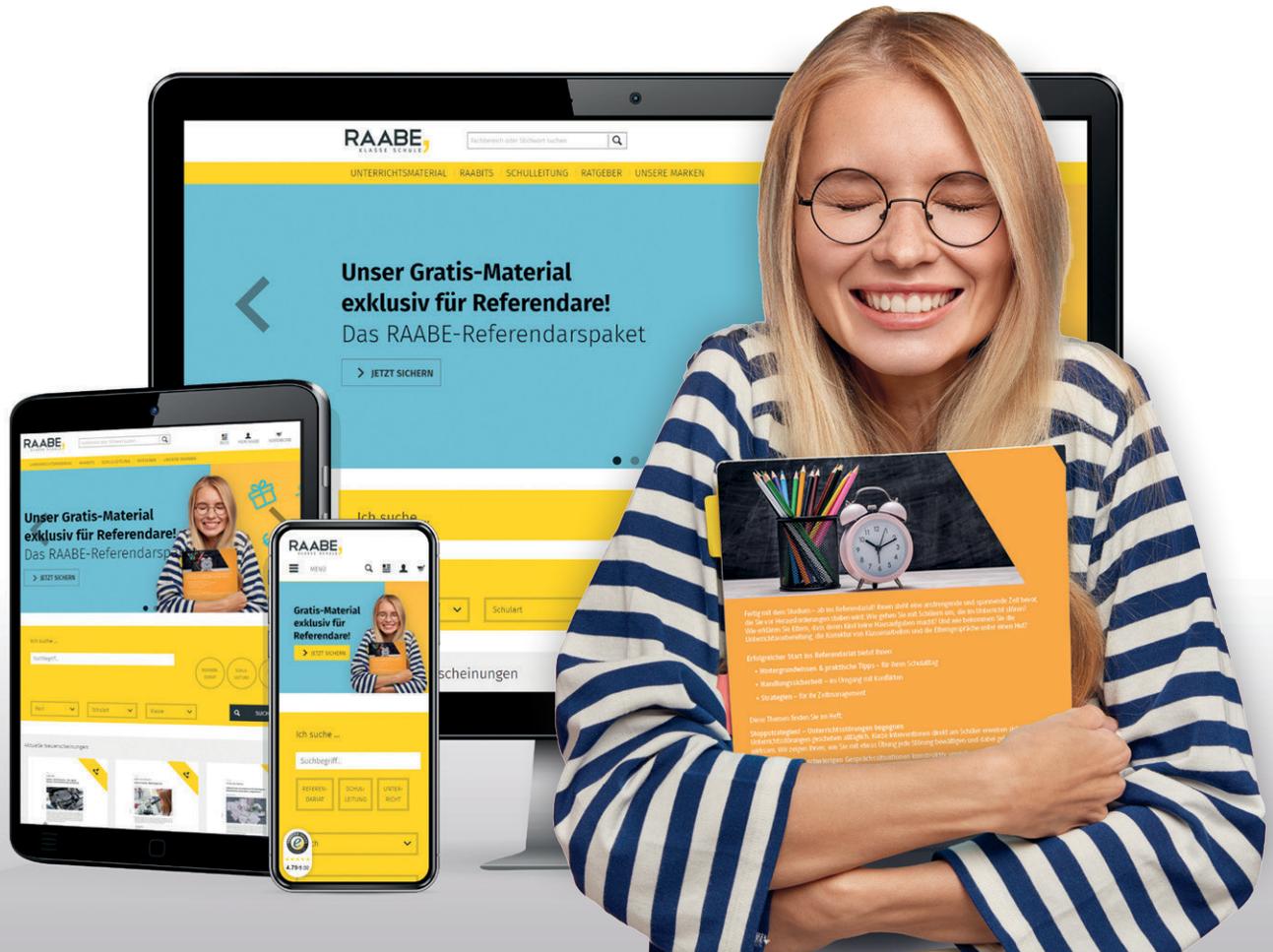
d) $170 =$ _____ e) $120 =$ _____ f) $225 =$ _____

$=$ _____ $=$ _____ $=$ _____

$=$ _____ $=$ _____ $=$ _____

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de