

IV.25

Daten und Zufall

Zufallsexperimente handlungsorientiert unterrichten – Wir entwerfen Glücksspiele

Hatice Karabiyik



© RAABE 2023

© Zephyr18/iStock

Wie entwerfe ich Glücksspiele? Wie berechne ich die Gewinnwahrscheinlichkeiten eines Spiels? Die Antworten auf diese und andere Fragen erfahren die Lernenden in dieser lehrplanrelevanten Einheit zum Thema der Zufallsexperimente. Vermitteln Sie den Lernstoff anschaulich anhand von Aufgaben mit Lebensweltbezug. Mit bis zu dreifach differenzierten Aufgaben und einem Gruppenturnier fördern Sie die Selbstständigkeit der Lernenden.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 7/8

Dauer: 12 Unterrichtsstunden (Minimalplan 8)

Inhalt: einstufige Zufallsexperimente, Laplace-Regel, Abschätzen von Wahrscheinlichkeiten auf Basis relativer Häufigkeiten langer Versuchsreihen

Kompetenzen: mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Bi = Bildimpuls; Sp = Spiel

Planung für 12 Stunden

Lernstandsdiagnose

Thema:	Grundlagen: Brüche und Häufigkeiten
M 1 (Ab)	Selbsteinschätzungsbogen: Brüche und Häufigkeiten
M 2 (Ab)	Grundlagen: Anteile als Bruch angeben
M 3 (Ab)	Grundlagen: Brüche erweitern und kürzen
M 4 (Ab)	Grundlagen: Mit Brüchen rechnen
M 5 (Ab)	Grundlagen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozentsatzumwandeln
M 6 (Ab)	Grundlagen: Häufigkeitstabellen erstellen
M 7 (Sp)	Fliegenklatschenmemory – Verschiedene Darstellungen von Brüchen
Benötigt:	<input type="checkbox"/> eine Fliegenklatsche pro Person <input type="checkbox"/> Kleber <input type="checkbox"/> Schere <input type="checkbox"/> buntes DIN-A4-Papier

Erarbeitung und Übung

Thema:	Zufallsexperimente
M 8 (Ab)	Erarbeitung: Glücksräder, Würfelspiele und vieles mehr
M 9 (Ab)	Erarbeitung: Thematische Übersetzung
M 10 (Ab)	Erarbeitung: Mathematische Schreibweise
M 11 (Ab)	Tandembogen
Thema:	Laplace-Experimente
M 12 (Ab)	Erarbeitung: Besondere Zufallsexperimente
M 13 (Ab)	Übung: Laplace-Experimente
M 14 (Ab)	Vertiefung: Laplace-Experimente
Thema:	Wahrscheinlichkeiten schätzen
M 15 (Ab)	Erarbeitung und Übung: Wahrscheinlichkeiten schätzen

Lernerfolgskontrolle

Thema:	Wahrscheinlichkeiten schätzen
M 16 (Ab)	Selbsteinschätzungsbogen

Kreative Übung

Thema: Zufallsexperiment selbst erstellen

M 17 (Bi/Ab) Glücksräder für das Schulfest bauen

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien **M 1–M 6** befinden sich direkt auf dem Arbeitsblatt. Für restlichen Lösungen finden Sie ab Seite 31.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für 8 Stunden, indem Sie folgende Materialien weglassen: **M 14** und ausgewählte Aufgaben aus **M 12**.

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzaufgaben		alternative		Selbsteinschätzung

M 1



Selbsteinschätzungsbogen: Brüche und Häufigkeiten

So geht's

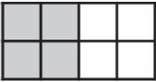
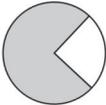
Knicke das Blatt an der gestrichelten Linie, sodass du die Lösungen nicht mehr sehen kannst.

Bearbeite die Aufgaben.

Klappe danach die Lösungen wieder auf und **korrigiere** deine Ergebnisse.

Kreuze in der zweiten Spalte an, ob du sie richtig oder falsch bearbeitet hast.

Bearbeite danach die angegebenen Arbeitsblätter in der vierten Spalte, wenn deine Ergebnisse falsch waren. **Trage** auch **ein**, wann du sie bearbeitet hast.

Aufgaben	Richtig oder falsch?	Lösungen	weitere Aufgaben
<p><u>Anteil als Bruch:</u> Gib den Anteil der grau markierten Fläche als Bruch an.</p>  <p>_____</p>  <p>_____</p>	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/> M 2 Bearbeitet am: _____
<p><u>Erweitern und kürzen:</u> Erweitere oder kürze den Bruch wie vorgegeben.</p> $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{10}$ $\frac{4}{8} = \frac{\quad}{2}$	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	$\frac{5}{10}$ $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> M 3 Bearbeitet am: _____
<p><u>Mit Brüchen rechnen:</u> Berechne. Gib das Ergebnis als gekürzten Bruch an.</p> <p>a) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$ b) $\frac{2}{8} + \frac{1}{4} =$ c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$</p> <p>d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$ e) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$ f) $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{8} =$</p>	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	<p>a) $\frac{3}{4}$</p> <p>b) $\frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$</p> <p>c) $\frac{1}{6}$</p> <p>d) $\frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$</p> <p>e) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$</p> <p>f) $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$</p>	<input type="checkbox"/> M 4 Bearbeitet am: _____

M 2



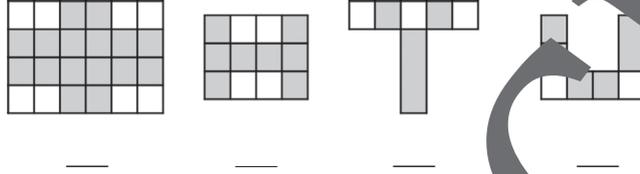
Grundlagen: Anteile als Bruch

So geht's

Knicke das Arbeitsblatt entlang der gestrichelten Linie, sodass du die Lösungen nicht sehen kannst.
Bearbeite die Aufgaben. **Klappe** dann die Lösungen **auf** und **korrigiere** deine Ergebnisse.

Aufgabe 1

Gib den Anteil der gefärbten Fläche als Bruch an.

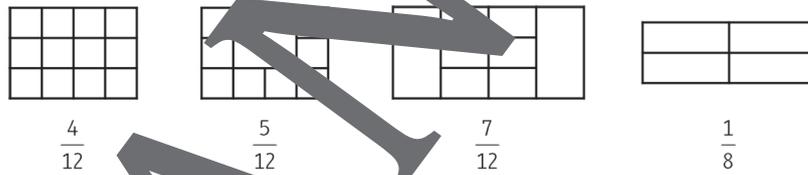


Tip

$$\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} = \frac{\text{Anzahl grauer Kästchen}}{\text{Anzahl gleich großer Kästchen}}$$

Aufgabe 2

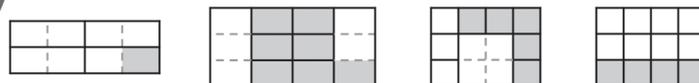
Male den angegebenen Teil der Figur an. Falls nötig, **teile** die Figur so, dass du gleich große Stücke erhältst.



Merke

$\frac{3}{4}$ eines Rechtecks bedeutet:
 Ich **teile** das Rechteck in 4 gleich große Stücke auf
 und **male 3 dieser gleich großen Stücke an**.
Zähler = Wie viele dieser gleich großen Stücke „nehme“ ich?
Nenner = wie viele gleich große Stücke „habe“ ich?

Lösungen



Mögliche Lösung:

Aufgabe 2: Wenn du andere Kästchen angemalt hast, könnte deine Lösung auch richtig sein. Du solltest jedoch dieselbe Anzahl an Kästchen angemalt haben. Dabei ist es egal, welche du annalst.

Aufgabe 1: $\frac{16}{2} = \frac{24}{8} = \frac{5}{2} = \frac{3}{8} = \frac{5}{6} = \frac{8}{4}$

Grundlagen: Brüche erweitern und kürzen

M 3



So geht's

Knicke das Arbeitsblatt entlang der gestrichelten Linie, sodass du die Lösungen nicht sehen kannst.

Bearbeite die Aufgaben. **Klappe** dann die Lösungen **auf** und **korrigiere** deine Ergebnisse.

Aufgabe 1

Erweitere den Bruch auf den angegebenen Nenner.

a) $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{9}$

c) $\frac{3}{7} = \frac{\quad}{28}$

d) $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{15}$

Tipp

Welche Zahl musst du mit dem Nenner multiplizieren, um den Nenner 4 zu erhalten?
2 mal 2 ergibt 4. Also erweitert man den Bruch mit der 2.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$$

Beim Erweitern **multiplizierst** du den Zähler und den Nenner **mit derselben Zahl**.



Aufgabe 2

Kürze den Bruch so weit wie möglich.

a) $\frac{5}{15} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{4}{8} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{3}{21} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{15}{25} = \frac{\quad}{\quad}$

Tipp

Durch welche Zahl kannst du Zähler und Nenner ohne Rest teilen?
5 und 15 kann man beide ohne Rest durch die Zahl 5 teilen.

$$\frac{5}{15} = \frac{5:5}{15:5} = \frac{1}{3}$$

Beim Kürzen **dividierst** du den Zähler und den Nenner **durch dieselbe Zahl**.



Lösungen

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15}$ b) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15}$ c) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15}$ d) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{5}{25}$

Aufgabe 2

a) $\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6}$ b) $\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6}$ c) $\frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{28}{12}$ d) $\frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{15}{9}$

Aufgabe 1

Übung: Fliegenklatschen Memory

M 7



Aufgabe

Spielt das Memory mindestens zu viert.

Schneidet das Memory entlang der schwarzen Linien **aus** und **legt** die weißen Karten aufgedeckt auf euren Gruppentisch.

Eine Person **übernimmt** die Spielleitung. Sie **bekommt** die Lösung und alle grauen Karten.

Alle anderen Personen **bekommen** eine Fliegenklatsche.

Die Spielleitung **liest** die Zahl von einer grauen Karte laut **vor**.

Die Person, die zuerst mit der Fliegenklatsche auf die Karte mit der passenden Zahl **schlägt**, bekommt das Paar.

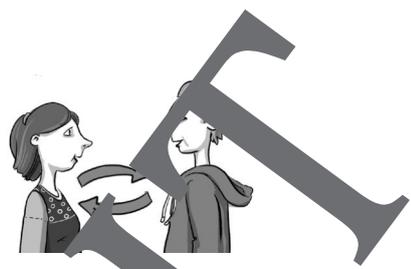
Gewonnen hat die Person, die die meisten Paare gefunden hat.

$\frac{1}{2}$	0,5	0,1
10 %	$\frac{2}{5}$	0,12
12 %	0,4	30 %
$\frac{1}{4}$	0,25	$\frac{3}{10}$

M 11 Übung: Tandembogen

So geht's

1. **Bearbeitet** das folgende Arbeitsblatt zu zweit.
2. **Faltet** das Arbeitsblatt dazu entlang der Mittellinie.
3. Person B beginnt, **löst** die erste Aufgabe und **nennt** das Ergebnis.
4. Person A **kontrolliert** das Ergebnis (grau) auf ihrer Seite. Dann **löst** Person A ihre erste Aufgabe usw. Helft euch gegenseitig.



Person A	Person B
Mehrere Antworten möglich: z. B. Münzwurf, Würfeln, Glücksrad und so weiter	Nenne ein Zufallsexperiment.
Nenne die Ergebnismenge eines Münzwurfes. 	$S = \{\text{Kopf; Zahl}\}$
$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	Nenne die Ergebnismenge eines Würfelwurfes. 
Nenne die Ergebnismenge eines Glücksrades mit zwei weißen, drei schwarzen und drei grauen Feldern. 	$S = \{\text{weißes Feld; graues Feld; schwarzes Feld}\}$
$S = \{\text{schwarze Kugel; weiße Kugel}\}$	Nenne die Ergebnismenge vom folgenden Experiment: Aus einem Karton wird gezogen. In dem Karton sind acht weiße und zehn schwarze Kugeln. 
Gib die Wahrscheinlichkeit an für das Ereignis „Kopf“ bei einem Münzwurf. 	$P(\{\text{Kopf}\}) = 50 \% = \frac{1}{2}$
$P(\{\text{ungerade Zahl}\}) = 50 \% = \frac{1}{2}$	Gib die Wahrscheinlichkeit an für das Ereignis „ungerade Zahl“ bei einem Würfelwurf. 
Gib die Wahrscheinlichkeit an für das Ereignis „gerade Zahl“ bei einem Würfelwurf. 	$P(\{\text{gerade Zahl}\}) = 50 \% = \frac{1}{2}$
$P(\{2\}) = \frac{1}{6}$	Gib die Wahrscheinlichkeit an für das Ereignis „2“ bei einem Würfelwurf. 
Gib die Wahrscheinlichkeit für die folgende Ereignismenge bei einem Würfelwurf an. $E = \{1; 2; 3\}$ 	$P(E) = 50 \% = \frac{1}{2}$
$P(\{\text{weißes Feld}\}) = 25 \% = \frac{1}{4}$	Du drehst an einem Glücksrad mit zwei weißen und sechs schwarzen Feldern (alle gleich groß). Nenne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass du auf einem weißen Feld landest. 
Du drehst an einem Glücksrad mit zwei weißen und sechs schwarzen Feldern (alle gleich groß). Nenne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass du auf einem schwarzen Feld landest. 	$P(\{\text{schwarzes Feld}\}) = 75 \% = \frac{3}{4}$

© RAABE 2023

Grafik Personen: Julia Lenzmann; Würfel, Münze: © colourbox

Erarbeitung: Besondere Zufallsexperimente

M 12



Aufgabe 1 (Kugellager)

Bilde mit deiner Klasse zwei Sitzkreise, einen äußeren und einen inneren Kreis, sodass ihr euch immer zu zweit gegenüber sitzt. **Nimm** das Arbeitsblatt, einen Stift und einen Block **mit**.

Bearbeite zu zweit folgende Fragen zunächst mündlich.

Notiere dir dann eure gemeinsamen Ergebnisse und Fragen.

Bei jeder Frage **arbeitest** du mit einer anderen Partnerin oder einem anderen Partner. Die Lehrkraft gibt ein Signal und erklärt euch, um wie viele Plätze sich der innere oder äußere Kreis nach rechts oder links drehen muss.



Grafik: Julia Lanzmann

- Nennt** abwechselnd Zufallsexperimente.
- Nennt** die möglichen Ergebnisse der folgenden Zufallsexperimente.
 - Ich werfe eine Münze.
 - Ich werfe einen Spielwürfel.
 - Ich werfe einen Legostein mit 8 Noppen.
 - Ich drehe an einem Glücksrad mit insgesamt 8 Feldern – 4 weiß und 4 schwarz.
 - Ich ziehe aus einer Kiste mit grauen, schwarzen und weißen Kugeln.
 - Ich werfe einen Reißnagel.
- Nennt** die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.
 - Ich werfe eine Münze.
 - Wie wahrscheinlich ist es, „Kopf“ zu werfen?
 - Wie wahrscheinlich ist es, „Zahl“ zu werfen?
 - Ich werfe einen Spielwürfel.
 - Wie wahrscheinlich ist es, die Augenzahl „1“ zu würfeln?
 - Wie wahrscheinlich ist es, die Augenzahl „1“ bis „3“ zu würfeln?
 - Wie wahrscheinlich ist es, eine ungerade Zahl zu würfeln?
 - Ich drehe an einem Glücksrad mit 4 gleich großen Feldern – 3 schwarze Felder und ein weißes.
 - Wie wahrscheinlich ist es ein schwarzes Feld zu drehen?
 - Wie wahrscheinlich ist es ein weißes Feld zu drehen?
- Nennt** die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.
 - Ich werfe einen Reißnagel.
 - Wie wahrscheinlich ist es, dass dieser auf die Seite fällt?
 - Wie wahrscheinlich ist es, dass dieser auf den Kopf fällt?
 - Ich werfe einen Legostein mit 8 Noppen.
 - Wie wahrscheinlich ist es, dass der Legostein, auf die längere Seite fällt?
 - Wie wahrscheinlich ist es, dass der Legostein, auf die Noppen fällt?
- Vergleiche** eure Ergebnisse aus Aufgabe 3 und 4. Wie habt ihr die Wahrscheinlichkeiten geschätzt oder berechnet? Welche sind euch schwerer gefallen? Welche leichter?

Selbsteinschätzungsbogen

M 16



Aufgabe 1

Knicke das Blatt an der gestrichelten Linie, sodass du die Lösungen nicht mehr sehen kannst.

Bearbeite die Aufgaben. **Klappe** danach die Lösungen wieder auf und **korrigiere** deine Ergebnisse.

Kreuze in der zweiten Spalte an, ob du sie richtig oder falsch bearbeitet hast. In der vierten Spalte findest du die passenden Materialien, die du bearbeitet hast und dir noch mal anschauen kannst.

Aufgaben	Richtig oder falsch?	Lösungen	Passende Materialien
Beschreibe , was ein Zufallsexperiment ist.	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	Ein Experiment, das zufällig ist und bei dem ich die Ergebnisse kennen kann.	<input type="checkbox"/> M 9 <input type="checkbox"/> M 10
Notiere mindestens drei Laplace-Zufallsexperimente.	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	Münzwurf Würfeln Glücksrad	<input type="checkbox"/> M 13 <input type="checkbox"/> M 14
Du ziehst aus einer Kiste mit 10 gleichartigen Kugeln, die von 1 bis 10 nummeriert sind. Berechne die Wahrscheinlichkeiten von folgenden Ereignissen: $E_1 = \{\text{Ich ziehe eine Kugel mit den Zahlen 1 bis 4}\}$ $E_2 = \{\text{Ich ziehe eine Kugel mit einer geraden Zahl}\}$ $E_3 = \{\text{Ich ziehe eine durch 3 teilbare Zahl}\}$	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	$P(E_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ $P(E_2) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $P(E_3) = \frac{3}{10}$	<input type="checkbox"/> M 14
Beschreibe ein Zufallsexperiment, das kein Laplace-Experiment ist, und beschreibe, wie du die Wahrscheinlichkeiten berechnen/schätzen würdest.	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	Werfen eines Reißnagels. Ich führe das Experiment 1 000-mal durch und berechne die relativen Häufigkeiten.	<input type="checkbox"/> M 16
Gib die Ergebnismenge, Ereignismengen und die Wahrscheinlichkeiten für folgende Zufallsexperiment in der mathematischen Schreibweise an . Du drehst ein Glücksrad mit 5 gleich großen Feldern. Davon sind zwei weiß und drei schwarz.	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	$S = \{\text{weiß, schwarz}\}$ $E_1 = \{\text{weißes Feld}\}$ $E_2 = \{\text{schwarzes Feld}\}$ $P(E_1) = \frac{2}{5} \quad P(E_2) = \frac{3}{5}$	<input type="checkbox"/> M 11 <input type="checkbox"/> M 12
Nenne ein passendes Zufallsexperiment zu den Wahrscheinlichkeiten $\frac{5}{15}$ und $\frac{10}{15}$.	<input type="checkbox"/> Richtig <input type="checkbox"/> Falsch	Ich ziehe aus einer Kiste mit 15 gleichartigen Kugeln, die von 1 bis 15 nummeriert sind. Wie wahrscheinlich ist es, dass ich eine durch 3 teilbare Zahl/nicht durch 3 teilbare Zahl ziehe.	<input type="checkbox"/> M 15

M 17



Einstieg: Glücksräder für das Schulfest bauen

Aufgabe 1

Baut zu zweit, zu dritt oder zu viert ein Glücksrad.

Überlegt euch zuerst:

- Wie viele Felder soll das Glücksrad haben?
- Wie groß soll die Gewinnwahrscheinlichkeit sein?
- Was soll man gewinnen können?
- Welches Material wird benötigt?
- Wie groß soll das Glücksrad sein?



© Zepher 18/istock

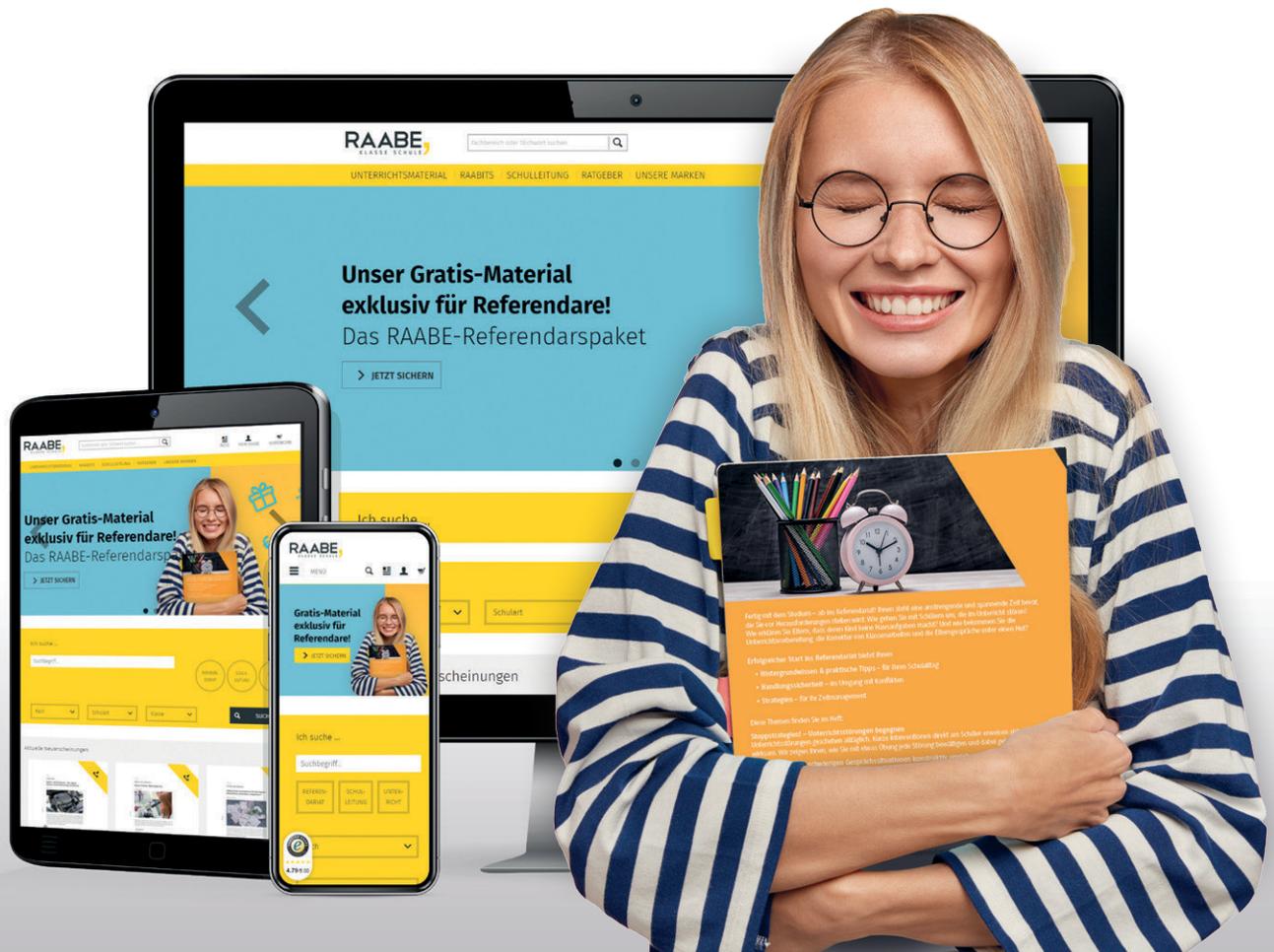
Erstellt zuerst eine Skizze mit der Größe der Felder eures Glücksrads und dem Material, das ihr für den Bau benötigt. **Schreibt** danach eine Bauanleitung für euer Glücksrad, damit es auch andere bauen können. **Schreibt auf**, bei welchen Ereignissen man etwas gewinnt. **Berechnet** die relativen Wahrscheinlichkeiten. **Stellt** euch gegenseitig eure Glücksräder **vor** und **präsentiert** sie.

	😊😊	😊😊😊	😊😊😊😊	😊
Bewertung des PRODUKTS				
Wir haben eine Skizze für unser Glücksrad erstellt und die benötigten Materialien aufgeschrieben.				
Wir haben eine Bauanleitung für unser Glücksrad erstellt, die mit unserem Glücksrad, benötigte Materialien, einzelne Schritte für den Bau unseres Glücksrads in der richtigen Reihenfolge und in ganzen Sätzen als Text.				
Wir haben unser Glücksrad gebaut. Wir waren kreativ.				
Wir haben aufgeschrieben, für welche Ereignisse es welche Gewinne gibt. Die relativen Wahrscheinlichkeiten haben wir auch berechnet.				
Bewertung des PROZESSES				
Wir haben gut zusammengearbeitet: Wir sind respektvoll miteinander umgegangen und haben uns gegenseitig unterstützt.				
Wir haben konzentriert und effektiv gearbeitet.				
Bewertung der PRÄSENTATION				
Wir haben unser Glücksrad vorgestellt und gesagt, wann man etwas gewinnt.				
Wir waren den anderen Gruppen gegenüber sehr höflich und sind auf ihre Fragen eingegangen.				
Wir haben unser Glücksrad benutzen lassen und die Gewinne gegeben.				

Ziele für die nächste Gruppenarbeit/Lernaufgabe: _____

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de