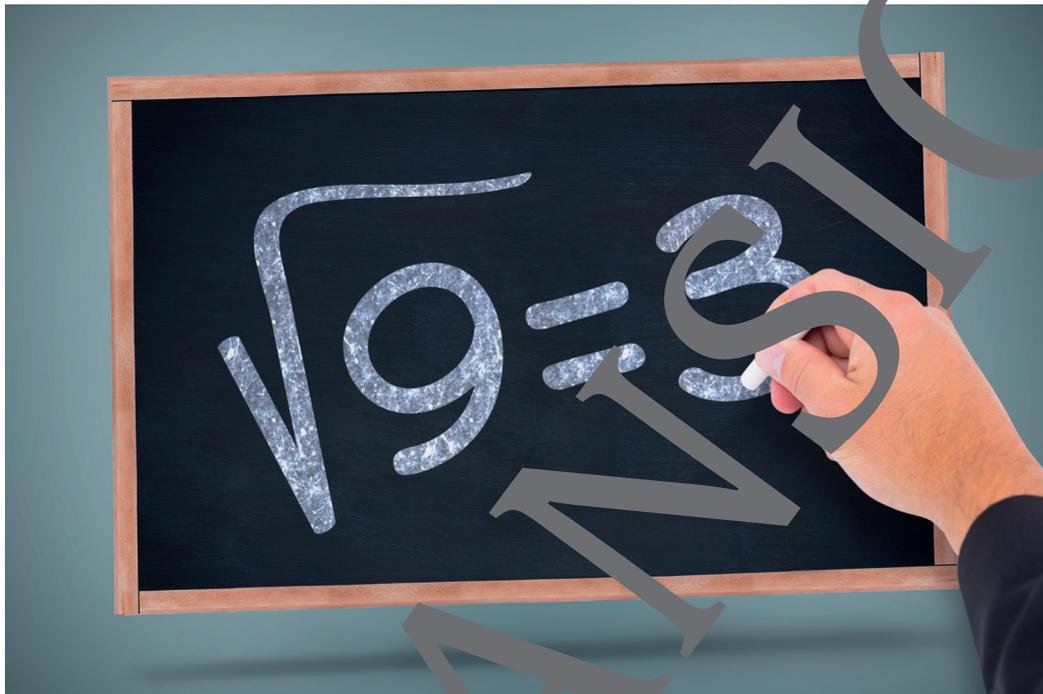


I.75

Zahlen und Größen

Mit Wurzeln umgehen – Übungsaufgaben zum Rechnen mit Wurzeln

Alessandro Totaro



© RAABE 2023

© Wavebreakmedia/Stock/Getty Images Plus

Der Umgang mit Wurzeln ist eine wichtige Basiskompetenz. Unter anderem ist es wichtig, dass die Lernenden die Rechenoperation „Wurzelziehen“ verstehen und die Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln kennen und anwenden können. Diese Einheit ermöglicht es den Lernenden, die Regeln zu verinnerlichen, indem sie diese durch unterschiedliche Methoden und Übungsphasen wie spielerische Übungen und Tandemarbeit trainieren und anwenden. Durch den Miteinbezug der geometrischen Übungen werden die Themenbereiche Algebra und Geometrie miteinander verknüpft und so vernetzendes Denken gefördert.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 7/8

Dauer: 8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 3)

Inhalt: Wurzelziehen; Umkehraufgabe zur Quadrierung; Diagonallänge bei Quadraten; Teilweise Wurzelziehen; Kubikwurzel; Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Wurzeln

Kompetenzen: Mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Ka = Karten; Lek = Lernerfolgskontrolle; Pa = Partnerarbeit
Planung für 8 Stunden

Einstieg

Thema:	Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren
M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 2 (Ab)	Einstieg II – Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken verbinden

Übungen

Thema:	Grundaufgaben zum Rechnen mit Wurzeln
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln
M 4 (Pa)	Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen
M 7 (Ka)	Laufkarten – Die Kubikwurzel berechnen
M 8 (Ab)	Wurzeln im Alltag – Berechnungen mithilfe der Wurzel

Lernerfolgskontrolle

Thema:	Wie weit ist das Thema verstanden?
M 9 (Lek)	Fit für den Test? – Übungen zum gesamten Themenbereich
M 10 (Ka)	Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln

Lösungen

Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite **18**.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln mit Beispielen
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen



Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren

M 1

So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Lösung vergleichst.

Umkehraufgabe zum Quadrieren		
2		4
		Du schreibst: $2^2 = 4$
2		4
		Du schreibst: $\sqrt{4} = 2$

Aufgabe 1

Bestimme jeweils die Quadratwurzel und die Umkehraufgabe wie im Beispiel.

Beispiel: $\sqrt{25} = 5$, da es die Umkehraufgabe zu $5^2 = 25$ ist.

- a) $\sqrt{49} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- b) $\sqrt{16} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- c) $\sqrt{121} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- d) $\sqrt{100} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.
- e) $\sqrt{144} =$ _____, da es die Umkehraufgabe zu _____ ist.

Aufgabe 2

Bestimme jeweils die Quadratzahl und die Quadratwurzel wie im Beispiel.

Beispiel: $15^2 = 225$, daher kenne ich auch $\sqrt{225} = 15$.

- a) $13^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 13.
- b) $21^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 21.
- c) $17^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 17.
- d) $25^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 25.
- e) $30^2 =$ _____, daher kenne ich auch _____ = 30.

M 2

Einstieg II – Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken herleiten



So geht's

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach deine Rechnung, indem du sie mit der Lösung vergleichst.

Beispiel:	
	<p>Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $(1 \text{ cm})^2 + (1 \text{ cm})^2 = x^2$ $\Leftrightarrow 2 \text{ cm}^2 = x^2$ $\Rightarrow \sqrt{2} \text{ cm} = x$</p> <p>Also kannst du den Wert von $\sqrt{2}$ auch geometrisch bestimmen, indem du die Länge der Diagonalen mit einem Geodreieck misst. $\Rightarrow \sqrt{2} \text{ cm} \approx 1,414 \text{ cm}$</p>

Aufgabe 1

Bestimme mithilfe der Länge der Diagonalen die Wurzel wie im Beispiel oben.

a)		
b)		

Aufgabe 2

Bestimme mithilfe eines passenden Rechtecks folgende Quadratzahlen geometrisch.

- | | |
|----------------|----------------|
| a) $\sqrt{10}$ | d) $\sqrt{26}$ |
| b) $\sqrt{14}$ | e) $\sqrt{13}$ |
| c) $\sqrt{17}$ | f) $\sqrt{37}$ |

Überblick – Rechenregeln zum Umgang mit Wurzeln

M 3

So geht's

Schau dir die folgenden Regeln und Beispiele an. Löse danach die unten stehenden Aufgaben.

Rechenregeln			
addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren
$8\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$ $= (8+12)\sqrt{5}$ $= 20\sqrt{5}$	$11\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$ $= (11-9)\sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ $= \sqrt{64}$ $= 8$	$\sqrt{2000} : \sqrt{20}$ $= \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}}$ $= 10$

Aufgabe 1

a)

$11\sqrt{2} + 22\sqrt{2}$ $=$ _____ $=$ _____	$5\sqrt{7} + 45\sqrt{7}$ $=$ _____ $=$ _____	$21\sqrt{11} - 2\sqrt{11}$ $=$ _____ $=$ _____	$11\sqrt{5} + 15\sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____
---	--	--	---

b)

$50\sqrt{7} - 32\sqrt{7}$ $=$ _____ $=$ _____	$25\sqrt{17} - 5\sqrt{17}$ $=$ _____ $=$ _____	$121\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____	$131\sqrt{3} - 23\sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____
---	--	---	--

Aufgabe 2

a)

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{128}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$ $=$ _____ $=$ _____
---	--	--	--

b)

$\sqrt{128} : \sqrt{2}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{300} : \sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{75} : \sqrt{3}$ $=$ _____ $=$ _____	$\sqrt{80} : \sqrt{5}$ $=$ _____ $=$ _____
---	---	--	--

M 4



Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?

So geht's

Bearbeitet das folgende Arbeitsblatt zu zweit.

Faltet das Arbeitsblatt dazu entlang der Mittellinie.

Person B **beginnt**, **löst** die Aufgabe im Kopf und **nennt** die Lösung.

Person A **kontrolliert** das Ergebnis (grau) auf ihrer Seite.

Dann **löst** Person A die Aufgabe usw.

Helft euch gegenseitig.

Person A	Person B
4	$\sqrt{32} : \sqrt{2}$
$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$	10
4	$\sqrt{7} \cdot \sqrt{8}$
$\sqrt{100} : \sqrt{4}$	5
3	$\sqrt{90} : \sqrt{10}$
$\sqrt{242} : \sqrt{2}$	11
$12\sqrt{2}$	$7\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
$14\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}$
$40\sqrt{5}$	$22\sqrt{5} + 18\sqrt{5}$
$\sqrt{2} + 58\sqrt{2}$	$79\sqrt{2}$
$-6\sqrt{7}$	$12\sqrt{7} - 18\sqrt{7}$
$2\sqrt{13} + 11\sqrt{13}$	$13\sqrt{13}$

Grafik: Julia Lenzmann

Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzelziehen

M 5a

So geht's

1. **Löse** deine Aufgaben.
2. **Suche** dir eine Person, die das Aufgabenblatt B bearbeitet hat.
3. **Vergleiche** eure Ergebnisse und kläre aufkommende Fragen.
Bei den Aufgaben ist teilweise deine Lösung die Aufgabe der Person B und umgekehrt.



Person A

Beispiele			
Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{32}$	$\sqrt{75x^2}$	$2\sqrt{5}$	$3a\sqrt{7}$
$= \sqrt{2 \cdot 16}$	$= \sqrt{3 \cdot 25x^2}$	$= \sqrt{5 \cdot 4}$	$= \sqrt{7 \cdot 9a^2}$
$= 4\sqrt{2}$	$= 5x\sqrt{3}$	$= \sqrt{20}$	$= \sqrt{63}$

Aufgabe 1 Löse folgende Aufgaben.

a)

Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{63}$	$\sqrt{275}$	$5\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

b)

Bringe den Faktor unter die Wurzel		Ziehe teilweise die Wurzel	
$9\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$\sqrt{52}$	$\sqrt{112}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

Aufgabe 2 Löse folgende Aufgaben.

Ziehe teilweise die Wurzel		Bringe den Faktor unter die Wurzel	
$\sqrt{28x^2}$	$\sqrt{175a^2}$	$10x\sqrt{2}$	$4x\sqrt{2}$
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____
$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____	$=$ _____

Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen

M 6

So geht's: Wähle eine der drei Niveaustufen und löse die Aufgaben.

Aufgabe 1

a) Berechne.

$13\sqrt{2} + 27\sqrt{2}$	$15\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{450}$	$\sqrt{500} : \sqrt{5}$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

b) Ziehe teilweise die Wurzel und fasse danach zusammen.

$\sqrt{18} + 5\sqrt{2}$	$\sqrt{32} - 18\sqrt{2}$	$3\sqrt{5} + \sqrt{80}$	$2\sqrt{5} - \sqrt{20}$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

Aufgabe 2

a)

$113\sqrt{2} + 23\sqrt{2}$	$152\sqrt{3} - 28\sqrt{3}$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{147}$	$\sqrt{392} : \sqrt{2}$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

b)

$\sqrt{320} + 3\sqrt{5}$	$\sqrt{112} - \sqrt{28}$	$116\sqrt{3} + \sqrt{192}$	$-7\sqrt{13} - \sqrt{208}$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

Aufgabe 3

a)

$-13x\sqrt{5} + 5x\sqrt{5}$	$9a\sqrt{2} - (5a\sqrt{2})$	$\sqrt{12x} \cdot \sqrt{3x}$	$\sqrt{245x^2} : \sqrt{5}$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

b)

$\sqrt{128x^2} + 5x$	$5a\sqrt{12} - 13a\sqrt{3}$	$-7x\sqrt{3} + \sqrt{75x^2}$	$2x\sqrt{3} - (+\sqrt{48x^2})$
= _____	= _____	= _____	= _____
= _____	= _____	= _____	= _____

Wurzeln im Alltag – Berechnungen mithilfe der Wurzel

M 8

So geht's

1. **Löse** die Aufgaben und verwende die Tippkarten, falls du Hilfe brauchst.
2. **Vergleiche** danach deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.

Aufgabe 1

Maria will sich einen Garten kaufen. Zufälligerweise hat dieser Garten eine quadratische Grundfläche. Als sie den Kaufvertrag abschließt, erfährt sie, dass der Garten eine Fläche von $156,25 \text{ m}^2$ hat. Sie möchte unbedingt einen neuen modernen Gartenzaun aus weißem Holz bauen lassen.

Dazu möchte sie die entsprechenden Holzlatten kaufen. 1 Meter Holzlatte kostet $4,99 \text{ €}$.

- a) Wie viel Meter Holzlatten benötigt sie für den Zaun ihres Gartens? **Berechne** die Länge.
- b) Wie teuer wäre ihr Gartenzaun? **Berechne** den Preis.



© Epiximages/istockphoto.com

Aufgabe 2

Ein rechteckiger Raum mit den Seitenlängen $a = 5 \text{ m}$ und $b = 3 \text{ m}$ soll auf dem Boden durch eine diagonale Holzleiste geteilt werden, sodass Wohn- und Essbereich getrennt wird. Der Wohnungseigentümer geht in den Baumarkt.

Ein Meter Bodenholzleiste kostet $35,00 \text{ €}$.

- a) **Zeichne** einen Grundriss des Raumes mit der diagonalen Durchtrennung im Maßstab $1 : 100$.
- b) **Miss** die Länge der Diagonalen in deiner Zeichnung. Wie lang wäre sie in Wirklichkeit? **Gib an**.
- c) **Berechne** die Länge der Diagonalen des Raumes mithilfe des Satzes des Pythagoras.
- d) Wie viel muss der Wohnungseigentümer im Baumarkt bezahlen? **Berechne** den Preis.



© Martin Deja/Moment

Aufgabe 3

Markus und Bernd sind morgen um 7 Uhr bereits im Schwimmbecken ihres Hotels in der Türkei. Sie sind ganz allein im rechteckigen Becken (Breite 10 m und Länge 20 m).

Markus mag den Wassersport und schwimmt voller Selbstbewusstsein 10 Mal um die Schwimm-Bahn.

Bernd behauptet: „Ich werde 50 Mal der Diagonalen entlangschwimmen. Am Ende werde ich 100 Meter mehr geschwommen haben als du.“

- a) Wie lang ist eine Bahn, wenn Bernd der Diagonalen entlangschwimmt? **Berechne**.
- b) Hat Bernd recht? **Überprüfe** seine Behauptung.



© amrphoto/E+

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de