II.H.6

Astronomie

Aufbruch zum Mond

Matthias Borchardt, Bonn
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier

© wikihow/Chris Hadley – www.wikihow.com

Am 21. Juli 1969 betraten erstmals Menschen den Mond. Heute ist das Interesse am Mond neu entfacht: Unbemannte Mondmissionen von Nationen wie China, Indien und Israel gut 50 Jahre nach den Mondlandungen der USA haben nun auch Amerikaner und Russen veranlasst, sich dem Mond wieder zuzuwenden. Das Thema Raumfahrt in Richtung Mond ist aktuell wie selten zuvor. Die motivierende Kraft, die dem Ganzen innewohnt, sollte im Physikunterricht genutzt werden.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe/Lernjahr:	10–12 (G8), 11–13 (G9)
Dauer:	12–14 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Qualitative und quantitative Bearbeitung von Bewegungsvorgängen in Gravitationsfeldern, Grundlagen des Raketenantriebs, Umgang mit Simulationen und Mathematiksoftware, Berechnung von Beschleunigungen und Geschwindigkeiten von Raketen, historische und gesellschaftlich relevante Aspekte der Weltraumfahrt
Thematische Bereiche:	Beschleunigte Bewegungen in Gravitationsfeldern, Raketenantrieb
Medien:	Computersimulationen, Taschenrechner, Mathematiksoftware

Fachliche und didaktisch-methodische Hinweise

Dieser Beitrag stellt mögliche Zugänge zur Thematik vor. Beginnend mit der Frage, wie man dem Gravitationsfeld der Erde entkommen kann, über erste naive Vorstellungen eines Mondflugs nach Jules Verne berechnen Ihre Schüler schließlich die Geschwindigkeiten der riesigen, dreistufigen Saturn-V-Rakete. Aber auch Fragen nach der Sinnhaftigkeit einer bemannten Raumfahrt werden thematisiert.
Computersimulationen ermöglichen einen anschaulichen und handlungsorientierten Zugang zu einzelnen Fragen des Themas.

Einordnung des Themas

Am 21. Juli 1969, also vor mehr als fünfzig Jahren, setzte ein Mensch zum ersten Mal seinen Fuß auf die staubbedeckte Oberfläche des Mondes. Nach den medienwirksamen Mondlandungen der Amerikaner wurde es um den Mond jedoch bald wieder ruhig. Dies hat sich inzwischen erheblich geändert – der Mond ist seit kurzem wieder eindeutig im Fokus der internationalen Raumfahrt. Raumsonden und Rover wurden und werden auf unseren Erdtrabanten geschickt und Überlegungen, Menschen erneut dorthin zu entsenden, werden kontrovers diskutiert. Sogar von bemannten Mondbasen ist inzwischen die Rede. Themen aus der Raumfahrt wohnen seit jeher eine starke motivierende Kraft für den Physikunterricht inne, sodass sich die Einbindung des Themas „Aufbruch zum Mond" in den Unterricht geradezu aufdrängt. Berührungspunkte zum Lehrplan gibt es zur Genüge. So passt beispielsweise die Frage, wie man sich vom Gravitationsfeld der Erde lösen und die notwendigen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten aufbauen kann, um den Sprung zu unserem nächstgelegenen Himmelskörper zu schaffen, optimal in das Inhaltsfeld der Mechanik. Dies gilt auch für den Raketenantrieb, dessen Behandlung den Impulsbegriff in einen stark anwendungsorientierten Kontext stellt. Die Materialien sind daher im Unterricht der Einführungsphase zur Oberstufe verortet.

Lernvoraussetzungen

Die Lernenden sollten mit den Gesetzen der gleichförmigen und gleichmäßig beschleunigten Bewegung vertraut sein. Auch die Kreisbewegungen (Zentripetalkraft) sowie das Gravitationsgesetz nach Newton sollten bereits thematisiert worden sein. Das Thema Impuls und Impulserhaltung ist zum Verständnis des Raketenantriebs nützlich – allerdings sind die Materialien so gestaltet, dass Sie auch ohne diese Inhalte auskommen.
Ihre Schüler sollten mit der Mathematiksoftware GeoGebra umgehen können. Für Rechercheaufträge und die Verwendung von Computersimulationen ist es erforderlich, dass die Lernenden Zugang zu Computern mit Internetanschluss haben.

Didaktische und methodische Aspekte

Ein Grundproblem des Physikunterrichts der Oberstufe ist zuweilen die Tatsache, dass die Einführung mathematischer Inhalte und Methoden dem Physikunterricht hinterherhinkt. Dies zeigt sich besonders beim Thema Raketenphysik. Die Herleitung der Ziolkowskiformel[1] zur Geschwindigkeitsberechnung einer Rakete verlangt Kenntnisse der Integralrechnung und der natürlichen Logarithmusfunktion. Diese Inhalte stellt der Mathematikunterricht in der Regel aber erst viel später bereit,

[1] Benannt nach dem russischen Naturforscher Konstantin Eduardowitsch Ziolkowski (1857–1935), der 1903 die Grundformel für die Berechnung der Geschwindigkeit von Raketen veröffentlichte.

nämlich dann, wenn man dem Themengebiet der Mechanik bereits den Rücken gekehrt hat. Die erwähnten mathematischen Schwierigkeiten lassen sich jedoch durch den Einsatz einer Mathematiksoftware wie z. B. GeoGebra umgehen, denn die Endgeschwindigkeit einer Rakete ergibt sich aus dem Flächeninhalt unter der Beschleunigungskurve der Rakete. Diese Fläche lässt sich leicht mit besagter Software ermitteln.

Auch der Einsatz von grafikfähigen Taschenrechnern (GTR) stellt eine gute Möglichkeit dar. Der Umstand, dass die Lernenden die Beschleunigungsfunktion grafisch darstellen, ist didaktisch besonders wertvoll, denn die Kurve vermittelt einen direkten Eindruck von der Dynamik des Beschleunigungsvorganges insgesamt. Dagegen erscheint die Verwendung der Ziolkowskiformel eher als statisch, da lediglich der Anfangs- und der Endzustand der Rakete betrachtet werden – die zeitliche Entwicklung der Beschleunigung bleibt dabei unsichtbar.

Die Beschleunigungsfunktion wird im Einzelnen nicht hergeleitet, sondern den Lernenden in den Materialien mitgeteilt. Die Herleitung der Funktion ist anspruchsvoll, zeitintensiv und nur in besonders starken Lerngruppen sinnvoll, wenn das Thema Impulsantrieb und Raketenphysik intensiver thematisiert wird.[2] Daher erscheint es didaktisch gesehen wichtiger und sinnvoller, dass die Lernenden den Raketenantrieb als eine Bewegung mit nichtkonstanter Beschleunigung erkennen und verstehen, von welchen Größen der Geschwindigkeitszuwachs letztendlich abhängt.

Hinweise zur Reihenfolge der Materialien und zur Unterrichtsgestaltung

Die Materialien bauen aufeinander auf. Es ist daher sinnvoll, wenn Ihre Schüler bei der Bearbeitung die Reihenfolge einhalten.

Die Materialien **M 1** und **M 2** thematisieren die Frage, welche Geschwindigkeiten ein Raumflugkörper aufweisen muss, um eine Erdumlaufbahn auszuführen bzw. um das Gravitationsfeld der Erde zu verlassen. Diese Mindestgeschwindigkeiten werden als erste und zweite kosmische Geschwindigkeit, manchmal auch als Flucht- oder Entweichgeschwindigkeit bezeichnet. In den Materialien wird konkret Bezug genommen auf die berühmte Apollo-11-Mission im Jahr 1969. **Zu M 1 und M 2**

Die Geschwindigkeiten, die nach dem Brennschluss der Triebwerke erreicht werden müssen, sind die eine Sache – die andere und vielleicht noch entscheidendere Frage ist, an welcher Stelle der Umlaufbahn das Raumschiff den notwendigen Kick in Richtung Mond bekommen soll, denn das System Erde-Mond ist nicht starr, sondern in ständiger Bewegung und die Gefahr ist groß, dass man den Mond verfehlt. Dieses klassische **Dreikörperproblem** lässt sich analytisch nicht lösen und erfordert daher den Einsatz einer Computersimulation, mit der die Lernenden spielerisch durch systematisches Probieren mögliche Flugbahnen zum Mond finden können. Dies ist Inhalt des Materials **M 3**. **Zu M 3**

Wie erzeugt man aber die extrem hohen Geschwindigkeiten, um zum Mond zu kommen?

In Zusammenhang mit dieser Frage ist ein kleiner Ausflug in die Fantasiewelt des französischen Schriftstellers Jules Verne reizvoll, der in seinem Roman „Von der Erde zum Mond“ seine drei Raumfahrer mit einer gigantischen Kanone in Richtung Mond schießt. Bei der Überprüfung seiner Ideen auf physikalische Sinnhaftigkeit (**M 4**) stellt man schnell fest, dass ein Schuss zum Mond absolut tödlich enden würde und daher andere Antriebssysteme notwendig sind, womit der Raketenantrieb, der in den Materialien **M 5** bis **M 8** ausführlich thematisiert wird, gedanklich vorbereitet ist. Die Frage, ob es zur Erforschung des Mondes unbedingt notwendig ist, Menschen dorthin zu schicken, wird im Material **M 9** thematisiert. **Zu M 4** **Zu M 5 bis M 8** **Zu M 9**

[2] Interessierten und fachlich besonders guten Schüler wird mit Material **M 11** aber eine mögliche Herleitung der Beschleunigungsfunktion und auch der Ziolkowskiformel angeboten.

Die Lernenden sammeln dabei Informationen über eine Mission der damaligen Sowjetunion, die ein Jahr nach der Mondlandung der Amerikaner einen Rover namens Lunochod auf die Oberfläche des Mondes brachten, der ferngesteuert von der Erde aus umfangreiche wissenschaftliche Analysen und Beobachtungen durchführte. Diese Missionen fanden in der westlichen Welt kaum Beachtung, waren aber aus wissenschaftlicher Sicht äußerst erfolgreich. Der Lernzirkel schließt mit einer kleinen Lernerfolgsüberprüfung (**M 10**). Für besonders interessierte und mathematisch begabte Lernende bietet das Material **M 11** Einblicke in die Herleitung der berühmten Raketenformel von Ziolkowski.

Zu M 10 und M 11

Anregungen

Über die physikalisch-fachlichen Aspekte hinaus eröffnet das Thema Mondlandung eine Vielzahl weiterer Anknüpfungspunkte, die je nach Interesse der Lernenden und der zur Verfügung stehenden Zeit in Form von Vorführungen, Vorträgen oder schriftlichen Dokumentationen bearbeitet werden könnten. Die drei folgenden Themenbereiche mögen als Anregungen dienen.

Filme

Der 1995 gedrehte Film „Apollo 13" mit Tom Hanks in der Hauptrolle vermittelt anschaulich die Vorbereitungen und die Durchführung des Flugs zum Mond. Physikalisch hat der Film darüber hinaus noch etwas zum Thema Schwerelosigkeit zu bieten, denn die entsprechenden Filmszenen wurden in echter Schwerelosigkeit gedreht, nämlich in Zero-G-Flugzeugen, die Parabelflüge durchführten. Auch Filme wie „Der Stoff aus dem die Helden sind" (1986), „Aufbruch zum Mond" (2018), „Apollo 11" (2019) und „Hidden Figures" (2016) sind absolut sehenswert und eröffnen gute Möglichkeiten, mit den Lernenden über Fragen zur Raumfahrt ins Gespräch zu kommen.

Die Frauen hinter der Mondlandung

Wenig bekannt, aber sehr bemerkenswert ist die Tatsache, dass die wichtigsten Berechnungen und die Erstellung der Softwarecodes für die Bahnoptimierungen der Apolloflüge von Frauen, die bei der NASA angestellt waren, durchgeführt wurden. Ein empfehlenswertes Recherchethema, das sehr interessante Einsichten vermittelt, wie Frauen in der Wissenschaft arbeiten und wahrgenommen werden – damals wie heute. Im Hinblick auf das Thema Mädchenförderung im naturwissenschaftlichen Unterricht bieten sich hier ausgezeichnete Anknüpfungsmöglichkeiten an.

Wernher von Braun

Ohne die deutschen Ingenieure und deren Wissen über den Bau von Raketen, wäre die Mondlandung 1969 nicht möglich gewesen. Dass dieses Wissen zu einem großen Teil aus der Zeit des zweiten Weltkrieges stammt und durch die Entwicklung von mörderischen Waffen motiviert war, macht das Thema auch für die Schule interessant, denn die Frage nach der Verantwortung der Wissenschaftler für ihr Tun in Bezug auf die Gesellschaft sollte im Physikunterricht immer wieder gestellt und erörtert werden. Wernher von Braun (1912–1977) war ein Mensch mit äußerst ambivalenten Charakterzügen – auf der einen Seite ein genialer Ingenieur mit fantastischen Visionen im Hinblick auf der Entwicklung der Weltraumfahrt und jemand, der Menschen für seine Ideen begeistern und auf Großprojekte fokussieren konnte, auf der anderen Seite aber jemand, der auf unheilvolle und menschenverachtende Art und Weise mit den Machthaben des nationalsozialistischen Deutschlands zusammenarbeitete.

Literaturangaben

- *Das Material **M 1** nimmt Bezug auf das Werk von Isaac Newton: Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1686, deutsche Übersetzung von 1872 „Über das Weltsystem" in Mathematische Principien der Naturlehre, Internetquelle z. B.:* *https://de.wikisource.org/wiki/Mathematische_Principien_der_Naturlehre/Weltsystem*
- *Die Textzusammenfassungen und Grafiken für das Material **M 4** beziehen sich auf die beiden Romane von Jules Verne: Von der Erde zum Mond. Fischer Taschenbuch Verlag, 1997 und Reise um den Mond. Fischer Taschenbuch Verlag, 2005.*
  Entnommen wurden die Textausschnitte aus: Lesehefte Naturwissenschaft, Jules Verne, Von der Erde zum Mond, Zusammenfassung und Auswahl von Martina Lindner und Kristine Popp, Klett Verlag Stuttgart, 1994 (ISBN 3-12-75261 0-5). Diese Lesehefte sind nicht mehr erhältlich.

Internetseiten

- *Computersimulation **umlauf.exe** zu Material **M 1** und **M 2**:*
  http://www.mabo-physik.de/erdumlaufbahn.html
- *Computersimulation **apollo.exe** zu Material **M 3**:*
  http://www.mabo-physik.de/mondflug.html
- *Daten zur Konfiguration der Redstone-Mercury–Raketen:*
  https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19670028606.pdf
- *Detaillierte Daten zur Konfiguration der Saturn-V-Rakete und zu den einzelnen Apolloflügen:*
  https://history.nasa.gov/SP-4029/Apollo_00g_Table_of_Contents.htm
- *Materialien zu den Lunochod-Missionen:*
  https://www.wikiwand.com/de/Lunochod_1
  https://www.wikiwand.com/de/Lunochod_2
  https://www.raumfahrer.net/forum/smf/index.php?topic=12187.50
  http://www.planetary.org/multimedia/space-images/earth/lunokhod-2-traverse-overview.html
- *Artikel zum Thema „Frauen hinter der Mondlandung":*
  https://www.spektrum.de/news/die-frauen-hinter-der-mondlandung/1648126
  https://www.spiegel.de/spiegel/mondlandung-1969-wie-eine-frau-die-mondlandung-moeglich-machte-a-1104707.html
- *Artikel zum Thema „Wernher von Braun":*
  https://www.spektrum.de/news/der-mann-im-mond/876801

Interessant ist nun die Frage, welche Geschwindigkeit man dem Stein mitgeben müsste, damit er um die Erde herumfällt, er sich also auf einer Erdumlaufbahn bewegt. Diese Kreisbahngeschwindigkeit sollen Sie zunächst mithilfe einer Computersimulation ermitteln und danach mithilfe des Gravitationsgesetzes Newtons berechnen.

2. Die Simulation:

a) Starten Sie das Simulationsprogramm *umlauf.exe*[4] und machen Sie sich mit dessen Funktionen vertraut.

b) Die Umlaufbahn, die das Apollo-Raumschiff nach dem Start einnahm, hatte eine Höhe von etwa 190 km über der Oberfläche der Erde. Stellen Sie die von Newton beschriebene und in seiner Skizze angedeutete Wurfbahn mittels der Simulation dar (Starthöhe 190 km) und ermitteln Sie durch geschicktes Probieren die Abwurfgeschwindigkeit, die eine Kreisbahn (konstanter Abstand zum Erdmittelpunkt) erzeugt. Geben Sie Ihr Ergebnis in den Einheiten km/h und in m/s an.

c) Wählen Sie eine andere Abwurfhöhe und ermitteln Sie auch für diese die Kreisbahngeschwindigkeit. Formulieren Sie den Zusammenhang von Höhe und Geschwindigkeit mit einem „Je … desto …"-Satz.

Anmerkung:
Die Geschwindigkeit, die eine Kreisbahn knapp über der Erdoberfläche erzeugen würde (Erdkugel ohne Berge und Atmosphäre), nennt man auch *erste kosmische Geschwindigkeit* oder *Kreisbahngeschwindigkeit*.

3. Die Theorie:

a) Der Ansatz lautet: Die Gravitationskraft wirkt als kreisbildende Kraft, also als Zentripetalkraft. Daher dürfen wir schreiben: $F_Z = F_{Grav}$. Leiten Sie mithilfe dieses Ansatzes her: Die Geschwindigkeit eines Körpers auf einer kreisförmigen Umlaufbahn mit dem Radius r ergibt sich durch: $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Erde}}{r}}$.

b) Berechnen Sie nun die Kreisbahngeschwindigkeit für die Erdumlaufbahn, die das Apollo-Raumschiff nach dem Start in einer Höhe von 190 km erreichte. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit Ihrem Simulationsergebnis.
Verwenden Sie die folgenden Werte:

Masse der Erde:	$M_{Erde} = 5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg,
Gravitationskonstante:	$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$,
Erdradius:	$R_{Erde} = 6378 \cdot 10^3$ m,

r = Erdradius plus Höhe

c) Berechnen Sie den Wert für die sog. „erste kosmische Geschwindigkeit" ($r = R_{Erde}$) und geben Sie das Ergebnis in m/s und in km/h an.

Anmerkung:
Dieser Wert ist ein rein theoretischer Wert. Praktisch ist eine Umlaufbahn knapp über der Erdoberfläche unmöglich, denn die Erdoberfläche ist nicht glatt und die Luftreibung würde eine freie Fallbewegung um die Erde verhindern.

[4] http://www.mabo-physik.de/erdumlaufbahn.html

M 2 Der Erde entkommen – die zweite kosmische Geschwindigkeit

Dem Gravitationsfeld der Erde entkommen – die Entweichgeschwindigkeit

Um im Gravitationsfeld der Erde von einer Umlaufbahn (Parkbahn) bis zur Mondbahn aufsteigen zu können, müssen die Triebwerke der Rakete für einen erheblichen Geschwindigkeitszuwachs sorgen. Die Zündung der Triebwerke (Einleitung der „Wurfbewegung" zum Mond) erfolgte bei Apollo 11 in einer Höhe von 190 km und endete bei 334 km. Die Flugbahn zum Mond wurde damals so berechnet, dass sie deutlich über die Entfernung der Mondbahn, die im Juli 1969 etwa 395 000 km betrug, hinausging. Die Gravitation des Mondes sollte das Raumschiff „einfangen", sobald es den Mond passierte. Erst dann sollten die Bremstriebwerke aktiv werden, um in eine Mondumlaufbahn einschwenken zu können. Die Geschwindigkeit des Raumschiffs nach dem Brennschluss der Triebwerke in einer Höhe von 334 km über der Erde betrug ziemlich genau 39 000 km/h.

1. **Die Simulation:**

   Verwenden Sie wieder das Simulationsprogramm *umlauf.exe*. Starten Sie die Wurfbewegung aus einer Höhe von 334 km mit einer Geschwindigkeit von 39 000 km/h und ermitteln Sie den maximalen Abstand der Bahnkurve von der Erde (Apogäum). Diese Entfernung wäre vom Apollo-Raumschiff erreicht worden, hätte es den Mond verfehlt.

2. **Die Theorie:**

   Die Brennschlussgeschwindigkeit von 39 000 km/h liegt nur knapp unter der Entweichgeschwindigkeit, mit der man das Gravitationsfeld der Erde vollständig verlassen könnte – also theoretisch ins Unendliche driften würde, wenn man die Erde als einzigen gravitativ wirkenden Himmelsköper annähme. Diese sogenannte zweite kosmische Geschwindigkeit oder Fluchtgeschwindigkeit sollen Sie im Folgenden herleiten und berechnen.

   a) Der Ansatz lautet: Die kinetische Energie, die das Raumschiff nach dem Brennschluss der Triebwerke bekommen hat, wird vollständig in die Hubarbeit umgesetzt, die erforderlich ist, um ins Unendliche zu kommen. Es gilt also: $W_{kin} = W_{Hub}$. Die Hubarbeit (Verschiebearbeit), um eine Masse m im Gravitationsfeld der Masse M vom Abstand r_1 zum Abstand r_2 zu schieben, lässt sich mit der Formel

   $$W_{Hub} = G \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

   berechnen. Leiten Sie nun her: Die gesuchte Abschussgeschwindigkeit ergibt sich aus:

   $$v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{Erde}}{r_1}} .$$

   Tipp:

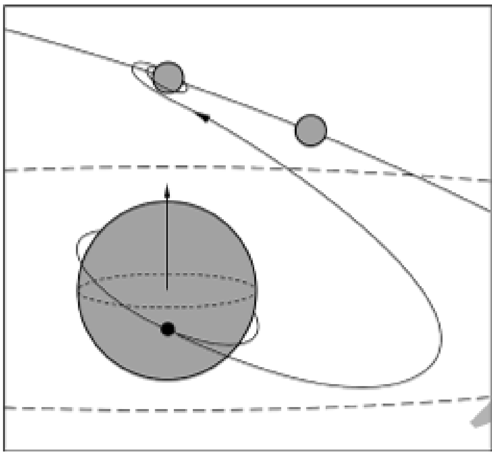
   Lassen Sie r_2 an geeigneter Stelle gegen unendlich laufen.

   b) Apollo 11 hatte nach Brennschluss der Triebwerke der dritten Stufe eine Höhe von 334 km erreicht. Welche Geschwindigkeit müsste das Raumschiff an diesem Ort aufweisen, um von dort dem Gravitationsfeld der Erde vollständig zu entkommen? Rechnen Sie mit der Formel aus Aufgabe 2.a.

   c) Die Brennschlussgeschwindigkeit von Apollo 11 von 39 000 km/h lag nur knapp unter der Entweichgeschwindigkeit (s. 2b). Geben Sie den Unterschied in Prozent an.

Die Flugbahn zum Mond – ein Dreikörperproblem M 3

Eine exakte Berechnung der Flugbahn zum Mond ist schwierig, denn der Mond bleibt nicht an der Stelle, die er beim Abschuss der Rakete hatte, sondern bewegt sich während des Flugs um ein beträchtliches Stück weiter. Es müsste ein sogenanntes Dreikörperproblem gelöst werden, denn Erde, Mond und Raumschiff treten gravitativ miteinander in eine dynamische Wechselwirkung. Da eine mathematisch-analytische Lösung für dieses Problem nicht mehr möglich ist, bieten Computersimulationen mit iterativen Algorithmen eine gute Alternative zur Berechnung von Flugbahnen im Einflussbereich verschiedener Gravitationsfelder.



Das Programm *apollo.exe*[5] ermöglicht die Simulation einer Flugbahn zum Mond, wobei aus einer niedrigen Erdumlaufbahn (190 km über der Erdoberfläche) durch Zünden der Triebwerke Geschwindigkeit aufgenommen werden kann, um sich von der Erde zu entfernen. Den Ort der Triebwerkszündung auf der Umlaufbahn und die Geschwindigkeit nach Brennschluss der Triebwerke können variiert werden.

Aufgaben

1. Starten Sie das Simulationsprogramm *apollo.exe* und machen Sie sich mit dessen Funktionen vertraut. Lesen Sie auch die Info-Box zum Programm.
2. Die Startparameter sind so eingestellt, dass eine freie Rückkehrbahn zur Erde ermöglicht wird. Solche Rückkehrbahnen („Slingshots“) waren während der Mondflüge der Apollomissionen eingeplant, sollte eine Mondlandung wegen technischer Probleme nicht möglich sein. Bei der Mission von Apollo 13 musste eine solche Rückkehrbahn tatsächlich eingesetzt werden, da eine Explosion eines Sauerstofftanks kurz vor Erreichen des Mondes eine Landung auf dem Erdtrabanten unmöglich werden ließ.
   a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten, wie eine solche freie Rückkehrbahn funktioniert.
   b) Drucken Sie eine typische Bahnkurve aus (Screenshot) und kleben Sie das Bild in Ihre Ausarbeitung. Notieren Sie dazu die folgenden Flugparameter, die Sie mithilfe des Programms ermitteln können:
      – die Brennschlussgeschwindigkeit für den Schuss zum Mond (translunar injection),
      – die ungefähre Geschwindigkeit im Bereich der Mondbahn,
      – die Zeitdauer in Tagen und Stunden für den Flug zum Mond.
3. Experimentieren Sie mit verschiedenen Parametereinstellungen und drucken Sie einige Ergebnisse aus. Notieren Sie auch dazu die entsprechenden Parametereinstellungen.

[5] http://www.mabo-physik.de/mondflug.html

Jules Verne und der Flug zum Mond

Der französische Schriftsteller Jules Verne schrieb 1865 zwei Zukunftsromane mit den Titeln „Von der Erde zum Mond" und „Reise um den Mond". Darin beschreibt er den Flug dreier Männer in einer geräumigen Kapsel, die mit einer riesigen Kanone von der Erde in Richtung Mond geschossen wird. Im Folgenden sollen Sie drei zusammengefasste Textstellen des Romans auf ihre physikalische Plausibilität hin überprüfen. Die grafischen Darstellungen sind ebenfalls den beiden Romanen entnommen.

Die Wahl des Startortes

„Als Startplatz wurde der Stoneshill in Florida gewählt. Von dort sollte die Kapsel am errechneten Tag genau senkrecht nach oben geschossen werden."[6]

Zeichner: unbekannt. Aus: Bekannte und unbekannte Welten von Jules Verne. Wien/Pest/Leipzig: A. Hartleben's Verlag 1903

Aufgaben

1. Recherchieren Sie im Internet, wo die Saturn-V-Rakete von Apollo 11 im Jahr 1969 startete, und markieren Sie den Abschussort ungefähr in der nebenstehenden Graphik[7].
2. Erklären Sie, warum die Startrampen für Weltraumflüge möglichst nahe zum Äquator gewählt werden sollten.
3. Cape Canaveral (Kennedy Space Center) liegt auf einer geografischen Breite von 28,5° N. Der Abstand dieses Ortes zur Rotationsachse der Erde beträgt: $r_{Start} = 5605\ \mathrm{km}$. Die Geschwindigkeit, mit der sich eine Startrampe in Florida aufgrund der Erdrotation bewegt, ergibt sich aus der Formel: $v = \frac{2\pi \cdot r_{Start}}{T}$, wobei T die Umdrehungsdauer der Erdkugel ist.

   Berechnen Sie die Geschwindigkeit, die einer Rakete beim Start aufgrund der Erdrotation mitgegeben werden kann, wenn Sie in Richtung Osten (in Richtung der Erddrehung) startet. Geben Sie das Ergebnis in m/s und km/h an.

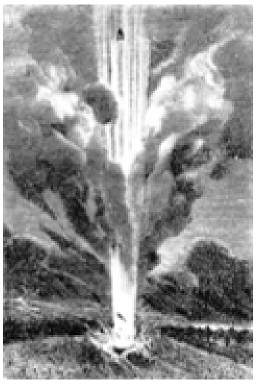
---

6 © Aus: Lesehefte Naturwissenschaft, Jules Verne, Von der Erde zum Mond, Zusammenfassung und Auswahl von Martina Lindner und Kristine Popp. Nach Übersetzungen von Manfred Kottmann und Martin Schoske. Stuttgart: Klett Verlag, 1994. S. 6. © für die deutschen Übersetzungen: S. Fischer Verlag Frankfurt/M.

7 Dass Jules Verne als Abschussort seiner Raumkapsel Florida ausgewählt hatte, war nicht mit dem Ge-schwindigkeitszuwachs aufgrund der Erdrotation begründet, sondern mit der Tatsache, dass er annahm, der Mond stehe zu dem berechneten Zeitpunkt genau senkrecht über Florida. Dennoch ist die Übereinstimmung mit den späteren Apolloflügen überraschend.

M 5

Der Schuss zum Mond



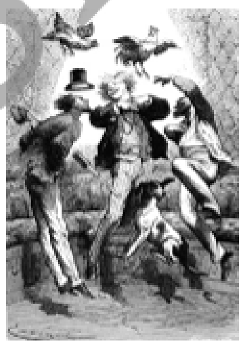
„Um auf den Mond fliegen zu können, muss zuerst die Anziehung der Erde überwunden werden. Dazu ist eine sehr hohe Geschwindigkeit von 11 km pro Sekunde nötig. In der riesigen Kanone, die den Namen Columbiade bekam, musste daher sehr viel Schießbaumwolle gezündet werden. Die 270 m lange Kanone wurde in ein tiefes Loch fest in den Berg eingegossen. Sonst hätte die Explosion die Kanone selbst zerstört. Nach einem Jahr der Vorbereitungen wurde es ein erfolgreicher Start."[8]

Holzschnitt von Emile-Antoine Bayard. Aus: Bekannte und unbekannte Welten von Jules Verne. Wien/Pest/Leipzig: A. Hartleben's Verlag 1903. Diese Lesehefte sind nicht mehr erhältlich. Gilt auch für die Abb. unten.

Aufgaben

4. Überprüfen Sie den von Jules Verne angegebenen Wert für die Abschussgeschwindigkeit des Projektils, indem Sie Ihre Lösungen von Material **M 2** zurate ziehen.
5. Berechnen Sie, unter Annahme einer konstanten Beschleunigung, mit dem wievielten der Erdbeschleunigung die Männer beim Start auf den Boden der Kapsel gepresst werden. Würde ein Mensch diese Beschleunigung überleben?
6. Berechnen Sie, wie groß die Zeitspanne der Beschleunigung innerhalb der Kanone ist.

Die Schwerelosigkeit



„Die Fahrt verlief weiter sehr ruhig, bis sie den Punkt ihrer Flugbahn erreichten, an dem die Anziehungskräfte von Erde und Mond sich aufheben – den neutralen Punkt. Als die sonst unerschrockenen Mondfahrer die Schwerelosigkeit an ihrem eigenen Körper erfuhren, waren sie überrascht. Wie Betrunkene schwankten sie. Gegenstände blieben an der Stelle, an der man sie losgelassen hatte, und fielen nicht zu Boden. Doch der Zustand dauerte nur kurz. Bald drehte sich die Kapsel und der Sturz zum Mond begann."[9]

Holzschnitt von Emile-Antoine Bayard. Aus: Bekannte und unbekannte Welten von Jules Verne. Wien/Pest/Leipzig: A. Hartleben's Verlag 1903

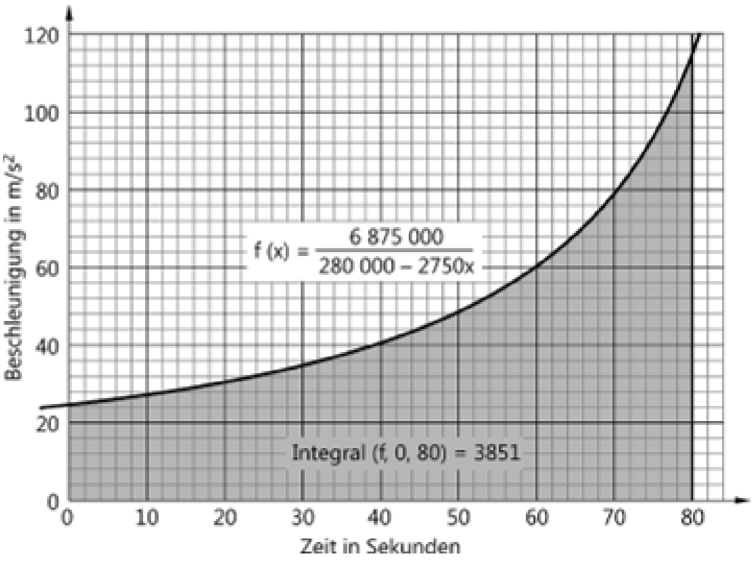
Aufgaben

7. Die Ausführungen Jules Vernes sind physikalisch nicht ganz richtig. Überlegen Sie, was Jules Verne falsch dargestellt hat.
8. Erläutern Sie den Begriff „Schwerelosigkeit". Wann ist man schwerelos?
9. Informieren Sie sich, was man als „neutralen Punkt" zwischen Erde und Mond bezeichnet und wo dieser sich befindet.

[8] © Aus: Lesehefte Naturwissenschaft, Jules Verne, Von der Erde zum Mond, Zusammenfassung und Auswahl von Martina Lindner und Kristine Popp. Nach Übersetzungen von Manfred Kottmann und Martin Schoske. Stuttgart: Klett Verlag, 1994. S. 8. © für die deutschen Übersetzungen: S. Fischer Verlag Frankfurt/M.

[9] a.a.O. (siehe Fußnote 8), S. 14

Dies ergibt die folgende Beschleunigungskurve (GeoGebra):



Die Beschleunigung wächst von

$$a(0) = \frac{6\ 875\ 000}{280\ 000 - 2750 \cdot 0}\frac{m}{s^2} \approx 24{,}6\frac{m}{s^2} \approx 2{,}5\ g$$

auf einen Wert von

$$a(80) = \frac{6\ 875\ 000}{280\ 000 - 2750 \cdot 80}\frac{m}{s^2} \approx 114{,}6\frac{m}{s^2} \approx 11{,}7\ g\ .$$

Eine Beschleunigung von fast 12 g wäre für einen bemannten Raumflug ungeeignet, für einen Satelliten aber durchaus denkbar.

Die **Endgeschwindigkeit** der Rakete ergibt sich aus dem **Flächeninhalt** unter dieser Kurve, denn das Produkt aus Zeit (x-Achse) und Beschleunigung (y-Achse) ergibt eine Geschwindigkeit ($v = a \cdot t$).

Der Flächeninhalt wurde in diesem konkreten Beispiel mithilfe der Mathematiksoftware GeoGebra ermittelt[11], wobei der Befehl *Integral(f, 0, 80),* verwendet wurde. Die Endgeschwindigkeit der Rakete nach Brennschluss der Triebwerke ergibt sich damit zu

$$v_{End} = 3851\frac{m}{s} = 13\ 863{,}6\frac{km}{h}.$$

Diese Geschwindigkeit würde übrigens nicht ausreichen, um einen Satelliten in eine Erdumlaufbahn zu bringen. Dafür sind mehrstufige Raketen weitaus besser geeignet, denn durch Abtrennen der ausgebrannten Raketenstufen lässt sich die Gesamtmasse der Rakete von Stufe zu Stufe verringern und der Geschwindigkeitszuwachs wesentlich verbessern.

Anmerkung:

Beim Start der Rakete vom Erdboden aus müsste eigentlich noch die Erdbeschleunigung berücksichtigt werden. Diese wirkt der Triebwerksbeschleunigung entgegen. Da es in dem vorgerechneten Beispiel aber vor allem darum ging, Sie mit der zeitabhängigen Beschleunigungsfunktion einer Rakete vertraut zu machen, blieb die Erdbeschleunigung hier unberücksichtigt.

[11] Dies lässt sich aber auch bequem mithilfe eines grafikfähigen Taschenrechners durchführen.

M 6 Mit einer einstufigen Rakete den Weltraum berühren

Wikimedia Commons (gemeinfrei)

© NASA

Am 12. April 1961 umrundete der sowjetische Kosmonaut Juri Gagarin als erster Mensch im Weltall die Erde und verbrachte über 100 Minuten in der Schwerelosigkeit. Die amerikanische Raumfahrt hinkte zur damaligen Zeit der sowjetischen deutlich hinterher. Nach vielen Fehlschlägen schafften es die USA, ihren Astronauten Alan B. Shepard am 5. Mai des gleichen Jahres ebenfalls ins Weltall zu befördern. Allerdings streifte dieser Flug mit seiner parabelförmigen Bahn nur kurz den luftleeren Raum in einer Höhe von 185 km. Bereits nach 15 Minuten Flugzeit kehrte Alan Shepard wohlbehalten wieder auf die Erde zurück. Für eine Erdumlaufbahn hätte eine wesentlich höhere Endgeschwindigkeit erreicht werden müssen, was mit einer einstufigen Rakete kaum möglich ist. Für die Entwicklung der amerikanischen Raumfahrt war dieser kurze Flug dennoch ein wichtiger Meilenstein.

Die Rakete, welche die Astronautenkapsel Shepards ins Weltall beförderte, war eine einstufige Mercury-Redstone-Rakete. Der Treibstoff bestand aus Ethanol und flüssigem Sauerstoff.

Im Folgenden sollen Sie die Beschleunigungsdynamik und die Endgeschwindigkeit dieser Rakete berechnen.

Einige Daten der Redstone-Mercury-Rakete:

Startmasse:	$M_{Start} = 29\ 886\ \text{kg}$
davon Treibstoff:	$M_{TR} = 23\ 800\ \text{kg}$
Austrittsgeschwindigkeit der Treibgase:	$v_{TR} = 2110\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Brenndauer der Triebwerke:	T = 141 Sekunden.

Da eine solche Rakete nicht in der Schwerelosigkeit startet, sondern im Schwerefeld der Erde nach oben steigt, wirkt die Erdbeschleunigung der Triebwerksbeschleunigung kontinuierlich entgegen. Die Erdbeschleunigung nimmt mit zunehmender Höhe jedoch ab und die Neigung der Rakete gegenüber der Vertikalen nimmt zu. Ein gemittelter konstanter Wert, der diese Effekte im konkreten Beispiel berücksichtigt, liegt bei 80 % der Erdbeschleunigung. Für die Beschleunigung der Rakete gilt somit die folgende Formel:

$$a(t) = \frac{D \cdot v_{TR}}{M_{Start} - D \cdot t} - k \cdot g\text{, wobei gilt:}$$

$$k = 0{,}8 \text{ und } g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Orientieren Sie sich bei der Bearbeitung der folgenden Aufgaben am Beispiel aus Material **M 5**.