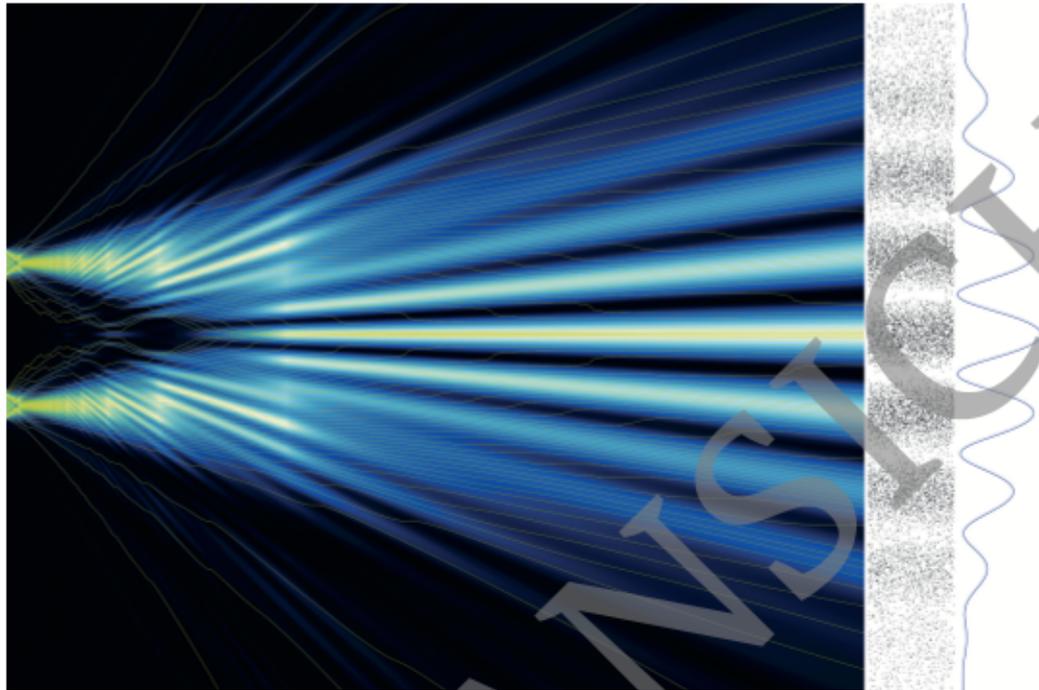


II.E.11

Quantenphysik

Quantenphysik am Doppelspalt

Matthias Borchardt



© RAABE 2023

© Alexandre Gondran/CC-by-sa 4.0

Doppelspaltversuche offenbaren Phänomene der Quantenphysik besonders deutlich, wenn die Strahlungsquelle so weit ausgedünnt wird, dass nur noch einzelne Teilchen nacheinander das Beugungsobjekt treffen. In diesem Beitrag lernen Ihre Schülerinnen und Schüler Doppelspaltversuche kennen, die mit einzelnen Photonen, Elektronen und Neutronen durchgeführt wurden, wobei sich der Wahrscheinlichkeitsbegriff als grundlegend bedeutend für die Interpretation der Ergebnisse erweisen wird.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	12/13
Dauer:	6–8 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Textverständnis, Verknüpfung bekannter Inhalte mit neuen Fragestellungen, Herstellen von Analogien, Auswerten von Messergebnissen, Umstellen von Formeln, Berechnungen durchführen, Ergebnisse im Sachkontext interpretieren
Thematische Bereiche:	Doppelspaltversuch, Photonen, Materiewellen, statistische Deutung der Quantenphysik
Medien:	Grafiken, Internet, Taschenrechner

Der Versuch von Geoffrey Taylor

M 1

Historische Einordnung und Fragestellung

Erste erfolgreiche Versuche, die Welleneigenschaft von Licht nachzuweisen, wurden bereits 1802 vom englischen Physiker und Augenarzt Thomas Young mithilfe seiner berühmten Doppelspaltanordnungen durchgeführt. Licht wurde somit als klassische Welle betrachtet, die typische Beugungs- und Interferenzerscheinungen hervorzubringen vermochte. Erst mit den Versuchen zum fotoelektrischen Effekt 1887 durch Wilhelm Hallwachs wurden erste Ideen zur Teilchennatur des Lichts beschrieben, die schließlich durch die Interpretation des Fotoeffekts durch Albert Einstein 1905 ihre quantenphysikalische Formulierung fanden. Einstein griff dabei eine Idee von Max Planck auf, der bereits 1900 für die Herleitung der Strahlungskurve sogenannter Schwarzer Körper die Strahlung in winzige Energiepakete der Größe $E = h \cdot f$ zerlegt hatte. Während Max Planck dies noch als eine Art Rechenhilfe für sein spezielles Problem betrachtete, erkannte Einstein die allgemeine physikalische Bedeutung dieses Ansatzes. Licht lässt sich als Strom von Quanten (Photonen) auffassen, deren Energie allein von der Frequenz des Lichtes abhängt.

Diese Vorstellung vertrug sich allerdings nicht mit den Ergebnissen des Young'schen Doppelspaltexperiments. Ein „Rettungsversuch“ bestand nun in folgender Idee: Könnte es nicht sein, dass die Photonen, nachdem sie den Doppelspalt passiert haben, so miteinander in Wechselwirkung treten, dass sich dadurch das wellentypische Interferenzmuster auf dem Beobachtungsschirm aufbaut? Aus dieser Idee ergab sich zwangsläufig die weiterführende Frage:

Ist für die Erzeugung von optischen Beugungserscheinungen das gleichzeitige Vorhandensein vieler Photonen notwendig oder treten diese Effekte auch dann auf, wenn Photonen nacheinander, also einzeln auf das Beugungsobjekt treffen?

Das Experiment von Taylor (1908)

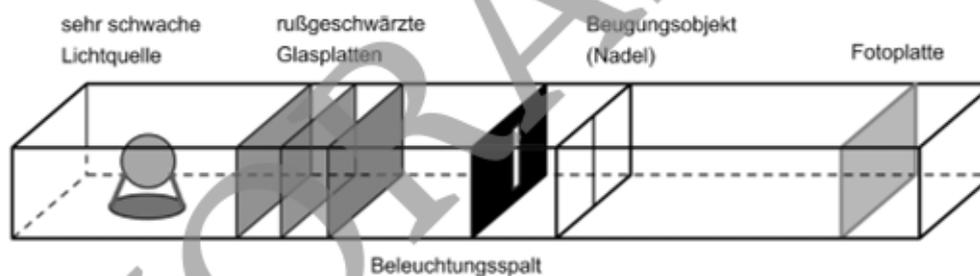


Abbildung: Matthias Borchardt

Ein Versuch sollte eine Antwort auf die oben formulierte Frage liefern. Taylor verwendete als Beugungsobjekt eine dünne Nadel. Als Lichtquelle wurde eine schwach leuchtende Gasflamme eingesetzt. Deren Licht wurde durch mehrere rußgeschwärmte Glasscheiben so geschwächt, dass Taylor davon ausgehen konnte, nur einzelne Photonen nacheinander auf das Beugungsobjekt geschickt zu haben. Es wurden insgesamt fünf Fotoplatten belichtet. Die erste ohne Abschwächung des Lichts und alle weiteren mit zunehmender Anzahl der schwarzen Filterscheiben. Die Belichtungszeiten mussten dabei entsprechend erhöht werden. Bei der letzten Aufnahme war das Licht bereits so stark abgeschwächt, dass die Belichtungszeit nahezu drei Monate (!) betrug. Die Ergebnisse waren



M 2



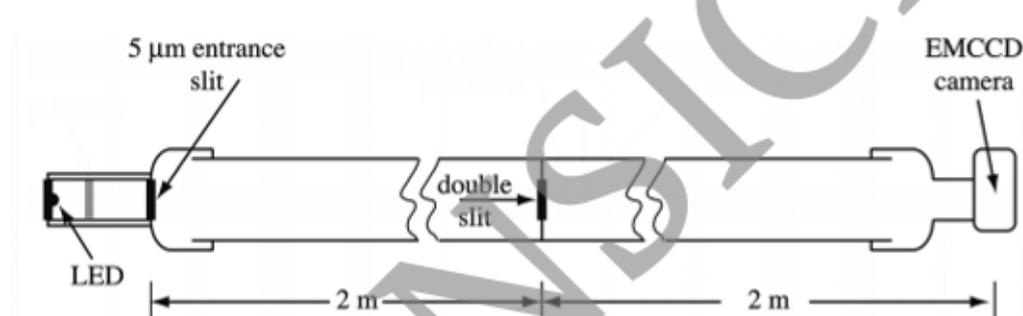
Einzelne Photonen am Doppelspalt

Der englische Physiker **Geoffrey Taylor** versuchte bereits 1909 mit einem Experiment (**M 1**) nachzuweisen, dass Beugungs- und Interferenzerscheinungen auch dann auftreten, wenn das Licht so stark abgeschwächt wurde, dass nur einzelne Photonen auf das Beugungsobjekt treffen. Leider beschreibt Taylor sein Experiment nicht im Detail. Genaue Daten des Versuchsaufbaus oder Abbildungen der verwendeten Fotoplatten liegen nicht vor.

Im Folgenden wird daher ein modernes Experiment vorgestellt, das 2013 von den beiden Physikern **Wolfgang Rueckner** und **Joseph Peidle** an der Harvard-Universität durchgeführt wurde und die Welle-Teilchen-Eigenschaft von Licht in einem erweiterten quantenphysikalischen Kontext zeigt. So konnten die beiden Forscher mit ihrer Versuchsanordnung zum einen die Einzel-Photonen-Interferenz nachweisen und zum anderen ein typisches *Delayed-Choice-Experiment* mithilfe eines sogenannten „Quantenradierers“ demonstrieren.

In diesem Arbeitsblatt soll zunächst der Doppelspaltversuch mit einzelnen Photonen beschrieben werden. Das *Delayed-Choice-Experiment* wird dann ausführlich im folgenden Material **M 3** vorgestellt.

Der Versuchsaufbau



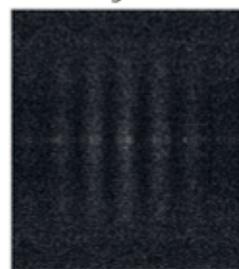
Quelle: <https://dash.harvard.edu/handle/1/27413728>

Der Doppelspaltversuch wurde mit einer Lichtquelle (LED mit 470 nm) durchgeführt, deren Intensität aufgrund eines extrem engen Beleuchtungsspalts (5 µm „entrance slit“) so weit gedimmt war, dass die beiden Physiker davon ausgehen durften, wirklich nur einzelne Photonen nacheinander auf den Doppelspalt („double slit“) zu schicken. Die drei folgenden Bilder zeigen das Versuchsergebnis mit zunehmenden Belichtungszeiten. Nach und nach scheint sich das typische Interferenzmuster eines Doppelspaltversuchs herauszukristallisieren. Aber entspricht das Versuchsergebnis wirklich dem des bekannten klassischen Doppelspaltversuchs?

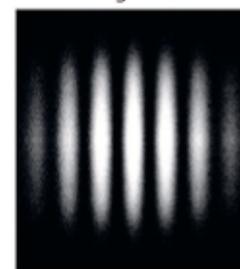
Belichtungszeit 0,1 s



Belichtungszeit 1 s



Belichtungszeit 120 s



Quelle: <https://dash.harvard.edu/handle/1/27413728>

Nachweis der Doppelspalt-Interferenz

Im Folgenden sollen Sie überprüfen, ob die Interferenzfigur in der dritten Abbildung tatsächlich der eines Doppelspaltexperiments entspricht. Die Wellenlänge des verwendeten Lichts der LED-Lichtquelle betrug 470 nm. Der Abstand der Spalte wurde im Experiment auf $g = 1 \text{ mm}$ eingestellt, was für einen optischen Doppelspaltversuch ein ungewöhnlich großer Wert ist. Der Grund dafür war, dass man im weiteren Verlauf des Versuchs (M 3) hinter jeden der beiden Spalte verschiedene Filter setzen wollte, was bei kleineren Abständen aus Platzgründen kaum möglich gewesen wäre. **Verwenden** Sie zur Auswertung die vergrößerte Abbildung unten.

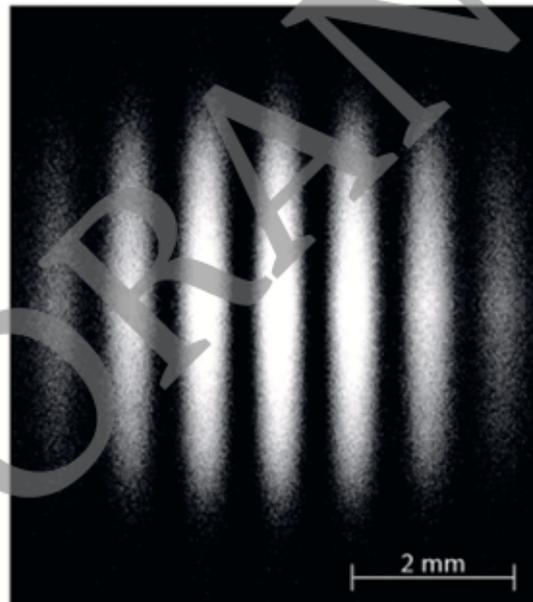
Aufgaben

1. Bei der formalen Beschreibung der Doppelspaltinterferenz werden die beiden Formeln

$$\sin(\alpha) = \frac{n \cdot \lambda}{g} \quad \text{und} \quad \tan(\alpha) = \frac{a_n}{L}$$

verwendet. **Prüfen** Sie, ob man bei dem vorliegenden Experiment stattdessen mit der einfacheren Näherungsformel $\frac{n \cdot \lambda}{g} = \frac{a_n}{L}$ arbeiten darf (5° Näherung).

2. **Prüfen** Sie anhand der Interferenzfigur auf dem Foto, ob der Abstand der Maxima (Streifenabstand) dem berechneten Wert aus der Doppelspaltformel entspricht. **Verwenden** Sie dazu den abgebildeten Maßstab (2 mm) auf dem Interferenzbild und die oben angegebenen Versuchsdaten.
3. **Bewerten** Sie das Ergebnis des Versuchs und **nehmen** Sie **Bezug** zu dem Experiment, das Geoffrey Taylor 1909 durchführte (Material M 1).



<https://dash.harvard.edu/handle/1/27413728>



Intensitätsverteilung nach 120 Sekunden Belichtungszeit

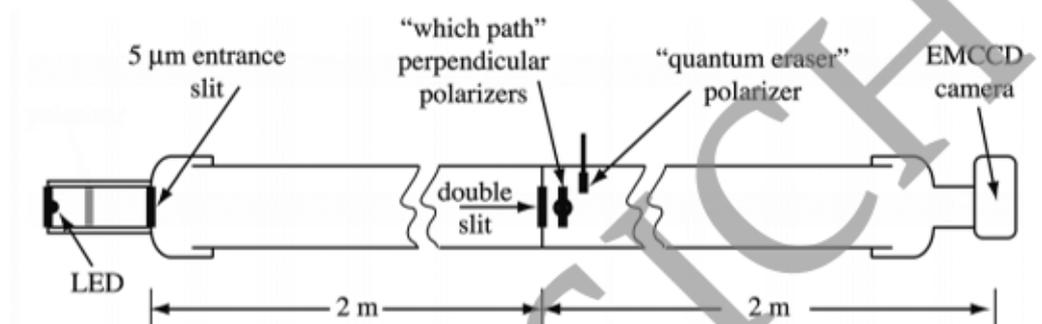
M 3



„Delayed Choice“-Experiment mit Photonen

Im Material **M 2** haben Sie bereits einen Teil des Experiments der Physiker Wolfgang Rueckner und Joseph Peidle kennengelernt, das 2013 an der Harvard-Universität durchgeführt wurde. Dabei konnten die beiden Forscher nachweisen, dass für die Entstehung des typischen Interferenzbildes hinter einem Doppelspalt nicht das gleichzeitige Vorhandensein vieler Photonen notwendig ist, sondern auch einzelne Photonen das Interferenzbild im Laufe der Zeit aufbauen. Nun könnte man meinen, dass der Doppelspalt „entscheidet“, wie sich das Licht zu verhalten habe. „Doppelspalt“ würde demnach automatisch „Interferenz“ bedeuten. Der zweite Teil des Experiments von Rueckner und Peidle zeigt aber, dass diese Aussage nicht richtig ist.

Der Versuchsaufbau



Quelle: <https://dash.harvard.edu/handle/1/27413728>

Im Material **M 2** wurde bereits erwähnt, dass der Abstand der beiden Spalte des Doppelspalts $g = 1 \text{ mm}$ betrug und damit ungewöhnlich groß ausfiel. Dieser weite Zwischenraum war notwendig, damit man hinter jeden der beiden Spalte einen Polarisationsfilter anbringen konnte.

Der „Welcher-Weg-Markierer“ („which path marker“)

Die beiden Polarisationsfilter sind orthogonal zueinander orientiert („perpendicular polarizers“). Dies führt dazu, dass hinter dem Doppelspalt zwei Elementarwellen zur Überlagerung kommen, die senkrecht zueinander polarisiert sind. Damit verliert das Licht aber seine Interferenzfähigkeit, denn zwei senkrecht zueinander polarisierte Wellen können nicht miteinander interferieren. Das Besondere des Experiments ist aber nun, dass die Photonen einzeln nacheinander auf den Doppelspalt treffen. Wie kann ein Photon, das durch den rechten Spalt gegangen ist, „wissen“, dass die orthogonale Polarisationsrichtung im linken Spalt eine Interferenz verhindern müsste? Die Photonen sollten sich also im Laufe der Zeit auf der Beobachtungsebene zu einem Doppelspaltmuster anordnen, so wie wir es im ersten Teil des Versuchs (**M 2**) erfahren hatten. Dies ist aber nicht der Fall. Das Versuchsergebnis unten zeigt, dass keine Doppelspalt-Interferenz entstanden ist. Stattdessen sehen wir das typische Beugungsmuster der Einzelspalte.

M 4



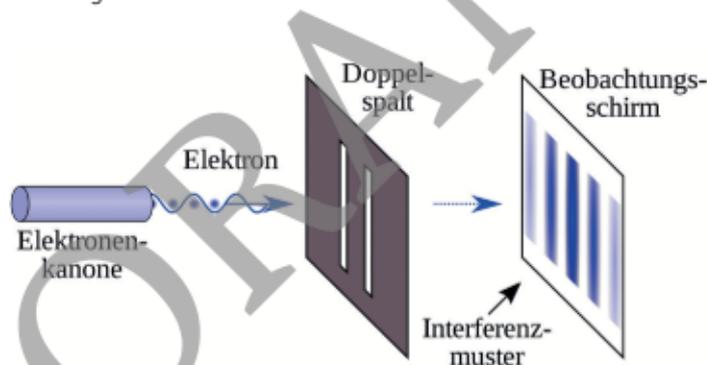
Einzelne Elektronen am Doppelspalt

2013 veröffentlichte eine Physikergruppe in der renommierten Fachzeitschrift *nature* ihre Arbeitsergebnisse unter dem Titel „Controlled double-slit electron diffraction“. Das Experiment der Wissenschaftler sollte die Interferenz von einzelnen Elektronen an einem Doppelspalt nachweisen. Dass Elektronen an einem Doppelspalt das typische, aus der Wellentheorie bekannte Interferenzmuster hervorrufen, war bereits 1957 von dem deutschen Physiker Carl Jönsson eindrucksvoll nachgewiesen worden. Jönsson hatte in seinem Versuch einen intensiven Elektronenstrahl auf den Doppelspalt geschickt. Bei dem neuen Experiment der amerikanischen Physiker wurde die Versuchsanordnung allerdings so gewählt, dass nur einzelne Elektronen nacheinander in einem zeitlichen Abstand von etwa einer Sekunde auf den Doppelspalt geschickt wurden. Damit sollte eine Frage geklärt werden, die bereits 1909 von Geoffrey Taylor mit seinem berühmten Versuch für Photonen untersucht worden war:

Ist für die Erzeugung der Doppelspalt-Interferenz das gleichzeitige Vorhandensein vieler Elektronen notwendig oder treten diese Effekte auch dann auf, wenn Elektronen nacheinander, also einzeln den Doppelspalt durchlaufen?

Der Versuchsaufbau

Die Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau des Experiments. Mithilfe eines aufwendigen Verfahrens gelang es den Physikern, einen Doppelspalt herzustellen, dessen Spaltabstand lediglich 273 nm betrug. Die Intensitäten in der Beobachtungsebene wurden mithilfe eines speziellen Detektors ermittelt. Für die Belichtung der Fotoplatte musste das Interferenzmuster elektronenoptisch vergrößert werden. Die Intensität der Elektronenkanone wurde so weit heruntergeregelt, dass die einzelnen Elektronen in einem zeitlichen Abstand von etwa einer Sekunde emittiert wurden. Damit handelte es sich um ein wirkliches „Ein-Elektronen-Experiment“, was für die Interpretation des Versuchsergebnisses entscheidend ist.



© JoKalliauer/Wikimedia Commons CC0 1.0 Universal

Aufgaben

- Die Elektronen, die durch den glühelektrischen Effekt freigesetzt worden waren, wurden durch eine Anodenspannung von 600 Volt beschleunigt.
 - Leiten Sie her: Die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen ergibt sich mithilfe der Formel

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U_a}}$$

M 5



Elektronen am Doppelspalt mit „Welcher-Weg-Markierer“

Das Beugungsexperiment, das Geoffrey Taylor 1909 durchführte (M 2), sowie spätere Versuche ähnlicher Art (M 3) zeigten, dass ein typisches, der klassischen Wellentheorie entsprechendes Interferenzmuster auch dann entsteht, wenn Photonen einzeln nacheinander auf einen Doppelspalt geschickt werden. Der Auftreffpunkt eines Photons lässt sich dabei nicht vorhersagen. Ebenso bleibt die Information, durch welchen Spalt das einzelne Photon gegangen ist, unbestimmt. Es sind nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich: *Die Wahrscheinlichkeit, ein Photon in einem bestimmten Raumbereich zu finden, wird durch das Quadrat der Wellenfunktion bestimmt.*

Interessanterweise konnte durch weiterführende Experimente (M 3) gezeigt werden, dass die Photonen sich plötzlich wieder wie Teilchen verhalten, wenn man sie beim Durchgang durch den Doppelspalt unterscheidbar macht, beispielsweise, indem man sie an den beiden Spalten unterschiedlich polarisiert. Der Quantenphysiker interpretiert dies so: Das Interferenzmuster verschwindet, weil durch die Markierung der Teilchen erkennbar wird, durch welchen der beiden Spalte sie gegangen sind. Eine Wahrscheinlichkeitsaussage wird daher überflüssig – die Wellenfunktion verschwindet. Die Markierung der Photonen durch unterschiedliche Polarisationsrichtungen wird auch als „which way marker“ oder „which path marker“ bezeichnet.

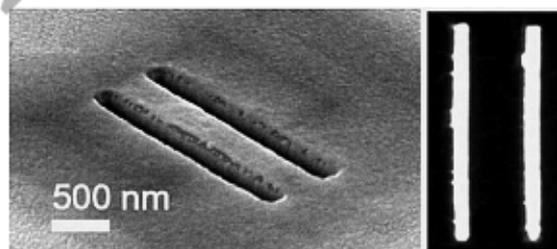
Aus diesen quantenphysikalischen Versuchen mit Photonen am Doppelspalt ergibt sich eine interessante Frage: Lassen sich die oben geschilderten Effekte auch mit **einzelnen Elektronen** bzw. Materiewellen am Doppelspalt beobachten?

Leider sind Experimente, in denen man Elektronen auf einen Doppelspalt schickt und diese beim Durchgang durch die Spalte unterscheidbar macht, schwierig durchzuführen. Dem Physiker Stefano Frabboni und seinem Team gelang dennoch 2010 ein solches Experiment.

Der Versuchsaufbau

Die Versuche wurden mithilfe eines Transmissions-Elektronenmikroskops durchgeführt.¹ Dabei konnte man die Elektronenquelle so weit herunterregeln, bis Elektronen einzeln nacheinander auf einen im Mikroskop eingebauten Doppelspalt trafen.

Dieser Doppelspalt wurde durch ein kompliziertes Verfahren hergestellt und wies einen Spaltabstand von nur 450 nm auf. Die Elektronen wurden durch eine Spannung von $U_a = 200$ kV beschleunigt.



Quelle: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.3529947>

¹ Frabboni, S. et al.: Ion and electron beam nanofabrication of the which-way double-slit experiment in a transmission electron microscope. Applied Physics Letters 2010, vol 97, issue 26.

M 6



Einzelne Neutronen am Doppelspalt

Ein Doppelspalt-Experiment mit langsamen Neutronen wurde 1988 von den österreichischen Physikern Anton Zeilinger und Roland Gähler durchgeführt. Sie verwendeten stark abgebremste (kalte) Neutronen mit einer de-Broglie-Wellenlänge von 1845 pm.

Der Versuchsaufbau

1. Neutronen mit einer Wellenlänge von 1845 pm mussten zunächst aus der kontinuierlichen Geschwindigkeitsverteilung der Neutronenstrahlung des Reaktors herausgefiltert werden. Die Idee, dies durch Bragg-Reflexion an einem Kristall (z. B. Silizium mit $d = 313$ pm) zu erreichen, funktioniert bei einer Wellenlänge von 1845 pm nicht mehr. Begründen Sie, warum die Methode der Bragg-Reflexion an einem Silizium-Kristall hier versagt.

Im unten abgebildeten Versuchsaufbau können Sie erkennen, dass der Monochromator nicht aus einem Drehkristall, sondern aus einem Glasprisma besteht. Erstaunlicherweise erfahren die Neutronen im Quarz-Glas eine wellenlängenabhängige Brechung. Im Unterschied zu Licht ist die Brechung allerdings sehr gering und der Brechungsindex ist kleiner als eins. Dennoch gelang es den beiden Forschern, mithilfe eines 120° -Prismas aus der kontinuierlichen Strahlung Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 1845$ pm herauszufiltern und den Strahl durch schmale Blenden zu bündeln. Beachten Sie, dass der Brechungswinkel extrem klein ist und aus didaktischen Gründen in der Zeichnung vergrößert dargestellt wurde. Das sehr enge Interferenzmuster wurde durch Verschieben einer Spaltblende vor dem Zählrohr (Detektor) ausgemessen. Dazu wurden in jeder Position der Blende über jeweils 125 Minuten die Zählraten bestimmt. Da insgesamt über 90 Messpositionen eingestellt wurden, erstreckte sich die Aufnahme des gesamten Spektrums über mehrere Tage.

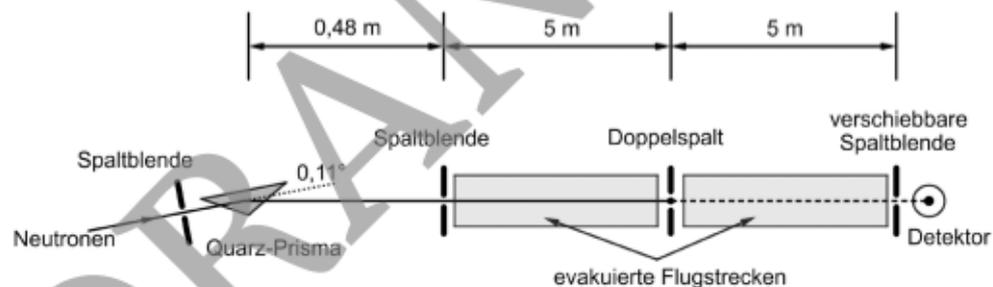


Abbildung: Matthias Borchardt

2. Der Doppelspalt bestand aus einer Spaltöffnung, in der ein sehr dünner Draht angeordnet war (Zeichnung rechts). Begründen Sie: Der Mittenabstand der beiden Durchlass-Spalte beträgt $g = 126$ nm.

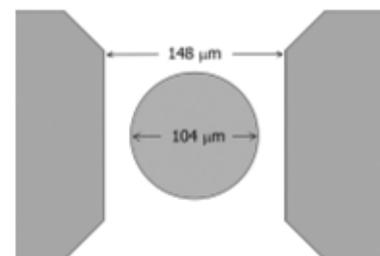
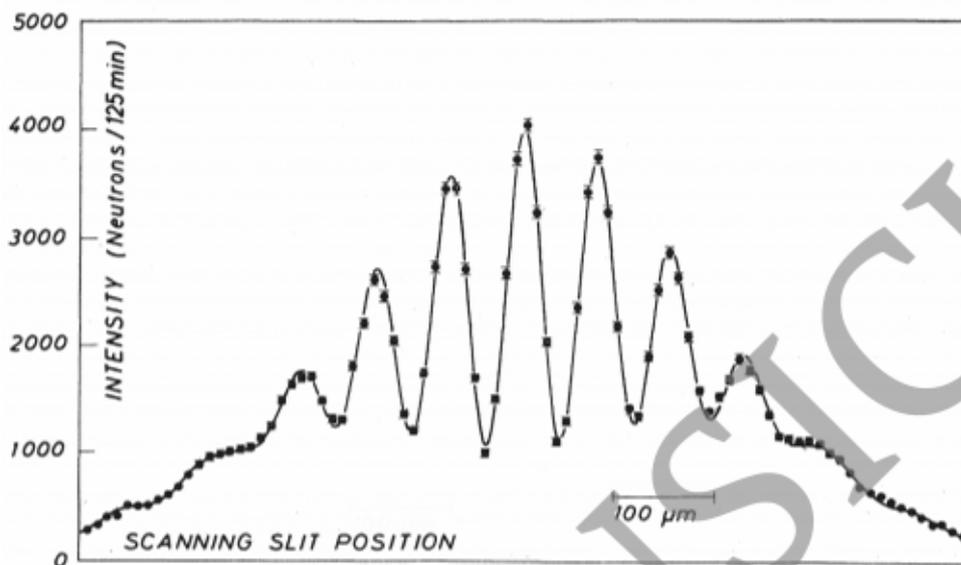


Abbildung: Matthias Borchardt

Theorie und Auswertung

3. Berechnen Sie nun mit der bekannten Doppelspaltformel $\frac{\lambda}{g} = \frac{a}{L}$, welcher Abstand a der Intensitätsmaxima in der Entfernung $L = 5 \text{ m}$ bei einer verwendeten Wellenlänge von 1845 pm zu erwarten ist.
4. Die Abbildung unten zeigt die Auswertung der Intensitätsmessungen – entnommen aus der Originalarbeit der beiden Forscher. Messen Sie mithilfe des angegebenen Maßstabs den Abstand der Maxima aus und vergleichen Sie mit dem Vorhersage-Ergebnis aus Aufgabe 3.



Quelle: <https://www.researchgate.net/publication/238980264> Single and double-slit diffraction of neutrons

5. Der Versuch offenbart ein interessantes quantenphysikalisches Phänomen. Dabei geht es um die Frage, ob für Interferenz das gleichzeitige Vorhandensein von Neutronen am Doppelspalt notwendig ist. Es wäre ja möglich, dass Neutronen beim Durchgang durch die Spalte auf irgendeine Weise miteinander in Wechselwirkung treten und so das Interferenzmuster erzeugen. Diese Frage wurde in den Geburtsjahren der Quantenphysik intensiv diskutiert und führte schließlich zur sogenannten Born'schen Wahrscheinlichkeitsdeutung von Quantenphänomenen.
- a) An der y-Achse des oberen Diagramms können Sie ablesen, dass in 125 Minuten maximal etwa 4000 Neutronen durch den Doppelspalt gegangen sind. In ihrer Publikation zu ihrem Versuch schreiben die beiden Wissenschaftler:
„As mentioned briefly above, the low intensity implies also some interesting aspects. Inspection, for example, of Fig. 9 reveals that the highest measured intensity was about 1 neutron every 2 s.“
 Mit „Fig. 9“ ist das obere Diagramm gemeint. **Bestätigen** Sie durch eine Rechnung die Angabe, dass etwa alle zwei Sekunden ein Neutron emittiert wird.
- b) Berechnen Sie mithilfe der Wellenlängenformel von de Broglie die Geschwindigkeit der Neutronen (1845 pm).

Hinweise und Lösungen

Hinweise (M 1)

Der Versuch von Taylor erweist sich als besonders geeignet, um in die Thematik einzusteigen, da er die Fragestellung, inwieweit für die Entstehung von Interferenzerscheinungen das gleichzeitige Vorhandensein vieler Photonen notwendig ist, in einen wissenschaftshistorischen Kontext stellt und dabei auch eine konkrete Versuchsidee vorgibt. Weisen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler ruhig auf die Originalarbeit Taylors hin. Diese umfasst nicht mehr als eine Seite und liegt bei Leifi-Physik auch in deutscher Übersetzung vor (siehe Literaturliste).

Die Lichtstärke einer Kerze beträgt 1 cd (Candela). Das bedeutet, dass in einem Meter Abstand auf 1 m² eine Energie von 1/683 Joule pro Sekunde fällt. Das sind aufgerundet etwa $1,5 \cdot 10^{-3}$ J/s. Pro Sekunde beträgt die Energie in 1 Meter Abstand dann pro Quadratzentimeter $1,5 \cdot 10^{-7}$ J/s.

Erwartungshorizont (M 1)

Aufgabe 1

Die Energie eines Photons der Wellenlänge 555 nm beträgt:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{555 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = 3,582 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Die Anzahl der Photonen pro cm² in 1 m Abstand:

$$N_1 = \frac{E_{\text{Licht}}}{E_{\text{Photon}}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-7} \text{ J}}{3,582 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 4,2 \cdot 10^{11}$$

Aufgabe 2

Die Anzahl der Photonen pro Quadratzentimeter nimmt mit zunehmender Entfernung quadratisch ab. In einer Entfernung von 1610 m gilt dann:

$$N_2 = \frac{4,2 \cdot 10^{11}}{1610^2} \approx 162000 \text{ Photonen.}$$

Aufgabe 3

Wenn 162 000 Photonen innerhalb einer Sekunde in gleichen zeitlichen Abständen emittiert werden, beträgt der zeitliche Abstand zwischen zwei Photonen $\Delta t = \frac{1}{162000}$ s. Da sich die Photonen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, gilt für den räumlichen Abstand zweier Photonen:

$$\Delta s = c \cdot \Delta t = \frac{3 \cdot 10^8}{162000} \text{ m} \approx 1852 \text{ m.}$$

Aufgabe 4

Max Born formulierte 1926 den Zusammenhang zwischen Welle- und Teilchenvorstellung in seiner Born'schen Deutung wie folgt:

Das Quadrat der Amplitude der Licht- oder Materiewelle in einem Raumbereich ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, dort die entsprechenden Teilchen zu finden.