Baumdiagramme – die Pfadregeln spielend entdecken

Antonius Warmeling, Hagen

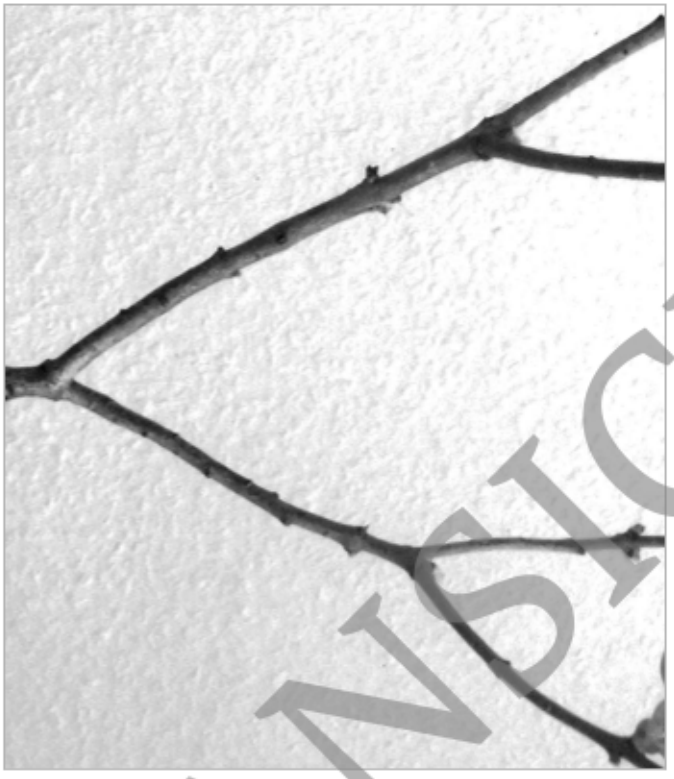

Foto: A. Warmeling

Ein Baumdiagramm ähnelt einem sich gabelnden Ast.

VORANSICHT

I/E

Klasse: 8/9

Dauer: 6 Stunden

Inhalt: einfaches Fingerspiel zum Einstieg und zur Erarbeitung der beiden Pfadregeln; mehrstufige Zufallsexperimente; Satz über die Gegenwahrscheinlichkeit; Ziehen mit und ohne Zurücklegen

Ihr Plus:

- ✓ Tippkarte zur Erstellung von Baumdiagrammen
- ✓ gezielte Übungen
- ✓ Lernerfolgskontrolle (**M 7**)

Steigen Sie mit dem einfachen Fingerspiel **EVEN or ODD** in das Thema „mehrstufige Zufallsversuche“ ein. Entwickeln Sie in der Auswertungsphase die beiden Pfadregeln und den Satz über die Gegenwahrscheinlichkeit. In den Übungen werden dann verschiedene Feinheiten thematisiert:

- Muss ich das Baumdiagramm komplett zeichnen?
- Ziehen mit und ohne Zurücklegen

Voraussetzung für die Unterrichtseinheit ist lediglich ein fundierter **Wahrscheinlichkeitsbegriff** und Kenntnisse über **Laplace-Versuche**. Eine Lernerfolgsüberprüfung, die Sie als Klassenarbeit bzw. Test einsetzen können, schließt die Unterrichtseinheit ab.

Im Vergleich des umfangreichen mit dem reduzierten Baumdiagramm können Sie nun die beiden Pfadregeln herausarbeiten. Für den Pfad (gerade/gerade) kann man die Wahrscheinlichkeit durch Auszählen der zugehörigen Pfade im umfangreichen Baumdiagramm bestimmen und erkennt, dass sie genau dem Produkt der beiden Astwahrscheinlichkeiten entspricht. Das sollten die Schüler anhand der übrigen drei Pfade noch einmal bestätigen. Durch Betrachten der Gewinnchancen für EVEN und ODD erkennt man auch die zweite Pfadregel.

Bevor die Pfadregeln notiert werden, geben Sie den Schülern die Variante von EVEN oder ODD (**M 1c**) zur Untersuchung auf. Dies kann zum Beispiel in der Hausaufgabe geschehen. Durch Hinzunahme der Variante mit null Fingern wird das Spiel plötzlich fair. Erst nach der Besprechung dieser Variante formulieren wir gemeinsam die beiden Pfadregeln.

In der dritten Stunde schließlich geht es um die Erweiterung auf **dreistufige Zufallsversuche** und, falls nicht schon am ersten Beispiel erkannt, um die Nutzung der **Komplementärregel**. Nach Besprechung der Lösungsansätze erhalten die Schüler die Hilfekarte zum Aufstellen von Baumdiagrammen (**M 3**), die sie bei den weiteren Übungen unterstützen kann.

In der vierten Stunde werden dann verschiedene mehrstufige Zufallsversuche in den Blick genommen. In der fünften Stunde betrachten Sie Beispiele, bei denen **Urnenmodelle mit und ohne Zurücklegen** unterschieden werden müssen. Weitere vermischte Übungen sollten zur Festigung der Kompetenzen im Umgang mit Baumdiagrammen folgen. Hier bieten alle Schulbücher genügend Übungsmaterial.

I/E

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler sollen...	Anforderungsbereich
K 3, K 4	L 5	... zwei- und mehrstufige Zufallsversuche durch Baumdiagramme visualisieren können,	I, II
K 6	L 5	... die Bestandteile von Baumdiagrammen mit Fachbegriffen benennen können,	I
K 1	L 5	... strukturelle Zusammenhänge in Baumdiagrammen kennen und nutzen können,	I
K 1, K 2	L 5	... durch Zusammenfassen von Ergebnissen Baumdiagramme übersichtlicher gestalten können,	II
K 1, K 2	L 5	... durch Weglassen unwichtiger (Baum-) Teile die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten übersichtlicher machen,	II
K 3, K 5	L 5	... Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe der Pfad- und Komplementärregeln berechnen können,	II
K 2, K 3	L 5	... in Sachzusammenhängen zwischen Modellen mit und ohne Zurücklegen unterscheiden und dies bei der Bestimmung der Astwahrscheinlichkeiten berücksichtigen können.	II

Für welche Kompetenzen und Anforderungsbereiche die Abkürzungen stehen, finden Sie auf der beiliegenden CD-ROM 66.

VORANSICHT

M 1 b Tabelle für die Spielstatistik

Spielnummer	Fingeranzahl		Summe	Es gewinnt …	
	EVEN	ODD			
1				☐ EVEN	☐ ODD
2				☐ EVEN	☐ ODD
3				☐ EVEN	☐ ODD
4				☐ EVEN	☐ ODD
5				☐ EVEN	☐ ODD
6				☐ EVEN	☐ ODD
7				☐ EVEN	☐ ODD
8				☐ EVEN	☐ ODD
9				☐ EVEN	☐ ODD
10				☐ EVEN	☐ ODD
11				☐ EVEN	☐ ODD
12				☐ EVEN	☐ ODD
13				☐ EVEN	☐ ODD
14				☐ EVEN	☐ ODD
15				☐ EVEN	☐ ODD
16				☐ EVEN	☐ ODD
17				☐ EVEN	☐ ODD
18				☐ EVEN	☐ ODD
19				☐ EVEN	☐ ODD
20				☐ EVEN	☐ ODD
21				☐ EVEN	☐ ODD
22				☐ EVEN	☐ ODD
23				☐ EVEN	☐ ODD
24				☐ EVEN	☐ ODD
25				☐ EVEN	☐ ODD
26				☐ EVEN	☐ ODD
27				☐ EVEN	☐ ODD
28				☐ EVEN	☐ ODD
29				☐ EVEN	☐ ODD
30				☐ EVEN	☐ ODD

Auswertung: _____

VORANSICHT

M 4 Zwei- und mehrstufige Zufallsversuche

Auf diesem Arbeitsblatt findet ihr vier Aufgaben, mit denen ihr eure Kompetenzen im Umgang mit Baumdiagrammen testen könnt.

Aufgabe 1

Beim Spiel „**Differenz trifft**“ werden zwei (faire) Würfel geworfen. Das Ergebnis ist die Differenz zwischen den beiden Augenzahlen.

a) Untersuche, welche Differenz die größte Gewinnchance hat.

b) Begründe oder widerlege: Hier liegt ein Laplace-Versuch vor.

© iStock/bonetta

Zwei Würfel

Aufgabe 2

In Deutschland beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Junge geboren wird, ungefähr 0,51.

© iStock/Thinkstock

Der hat aber eine kräftige Stimme!

a) Wie groß ist die Chance, dass in einer Drei-Kinder-Familie zwei Jungen und ein Mädchen leben?

b) Wie groß ist die Chance, dass das älteste Kind (Marie) sowohl einen Bruder als auch eine Schwester zum Spielen hat?

c) Begründe oder widerlege: Hier liegt ein Laplace-Versuch vor.

Aufgabe 3

Beim Würfelspiel „**Mini Dice**“ setzt man auf eine der Zahlen 1 bis 6, hier wird als Beispiel die 6 genommen. Als Einsatz gibst du einen Chip an die Bank. Dann würfelst du mit drei Würfeln (entweder gleichzeitig oder hintereinander). Wenn auf den drei Würfeln genau einmal eine 6 zu sehen ist, bekommst du den Einsatz plus 1 Chip zurück, bei zwei 6en sind es Einsatz plus 2 Chips. Bei drei 6en bekommst du neben dem Einsatz 12 Chips. In allen anderen Fällen verlierst du den Einsatz.

a) Zeichne ein geeignetes Baumdiagramm zu dem Spiel.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, bei dem Spiel Gewinn zu machen. Damit ist gemeint, dass du nach dem Spiel mehr Chips hast als vorher.

c) Begründe oder widerlege: Hier liegt ein Laplace-Versuch vor.

Aufgabe 4

Zur Europameisterschaft 2016 gab es wieder Panini-Stickeralben mit 680 Fußballer-Bildern, mit denen man Kindern und Jugendlichen schnell viel Geld aus der Tasche ziehen konnte. Die Herstellerfirma behauptet, dass alle Spieler mit gleicher Wahrscheinlichkeit (also 1/680) zu kaufen sind. Und angeblich gibt es unter den 5 Stickern, die in jeder Tüte enthalten sind, garantiert keine doppelten.

© iStock/Thinkstock

Fußballer

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit,

i) … in einer Tüte genau einen Sticker von Mario Götze zu finden.

ii) … in einer Tüte mindestens 1 deutschen Spieler aus dem 23er-Kader zu finden?

b) Begründe oder widerlege: Hier liegt ein Laplace-Versuch vor.

VORANSICHT