

Reihe 11 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Ich kann's begründen! – Mathematisch argumentieren am Beispiel der binomischen Formeln

Tobias Jaschke, Uhingen



Bilder: 1. Thinkstock; 2+3: Julia Lenzmann

Nicht nur Detektive brauchen stichhaltige Beweise. Auch in der Mathematik spielt das Begründen mit Beispielen und das Beweisen mathematischer Sätze eine wichtige Rolle.

I/F

Klasse: 8
Dauer: 4–10 Stunden, je nach Materialauswahl
Inhalt: bildliches, algebraisches und kontextorientiertes Begründen, über Beispiele argumentieren, Termumformungen, binomische Formeln
Ihr Plus: alternative Arbeitsblätter zur Differenzierung (CD-ROM 68), Raster zum Erstellen eigener Memoblätter (M 11 und M 12), Checkliste zur Selbsteinschätzung (CD-ROM 68)

Warum ist das so? Dies fragen vor allem kleine Kinder.

In diesem Beitrag setzen sich Ihre Schüler mit verschiedenen Möglichkeiten auseinander, Aussagen zu begründen – mit Beispielen, mit grafischen Überlegungen und auch mit Termumformungen. Sie entdecken Fehler in Rechnungen und werden schließlich an einfache mathematische Beweise herangeführt. Eine Lernerfolgskontrolle rundet die Unterrichtseinheit ab.

Reihe 11 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Inner- versus außermathematisches Argumentieren

Material	Thema	Stunde
M 1 (Sw-Fo)	Warm-up – was heißt „begründen“ eigentlich? Einstieg mit Beispielen für das Begründen im Alltag und in der Mathematik	1.

Möglichkeiten und Grenzen des Begründens mit Beispielen

Material	Thema	Stunde
M 2 (Ab)	Aussagen bestätigen oder widerlegen Mithilfe von Beispielen Aussagen bestätigen oder widerlegen	2.
M 3 (Ab)	Aufgepasst! – Nicht immer genügt ein Beispiel Vermutungen beweisen / widerlegen; Aussagen auf ihre Allgemeingültigkeit überprüfen	3.
M 4 (Ab)	Wo steckt der Fehler? – Ergebnisse überprüfen In Rechnungen Fehler finden; Klammern ausmultiplizieren	4.

Ikonisches und algebraisches Begründen

Material	Thema	Stunde
M 5 (Ab)	Wie kann ich mir das vorstellen? – Variablen und Terme veranschaulichen Variable durch Streckenlängen veranschaulichen	5.
M 6 (Ab)	Das wird ja ein Rechteck! – Terme multiplizieren Das Produkt aus zwei Termen als Rechteck veranschaulichen	
M 7 (Ab)	Gar nicht so schwierig! – Die 1. binomische Formel grafisch begründen Sich die 1. binomische Formel grafisch veranschaulichen	6.
M 8 (Ab)	Für alle Zahlen gleichzeitig – mit Variablen begründen Einfache mathematische Beweise nachvollziehen	7.
M 9 (Ab)	Mach dich fit! – Begründen mit Variablen und Termen Aussagen mathematisch begründen mit Variablen und Termen	8.

Die Beweisstrategien festigen und Zusatzmaterial

Material	Thema	Stunde
M 10 (LEK)	Teste dich selbst! Den Lernerfolg überprüfen	9.
M 11/M 12 (Ab)	Das merk ich mir! – Mein Memoblatt 1 und 2 Die Merkgeregeln übersichtlich auf den Memoblättern festhalten	

I/F

Reihe 11	Verlauf	Material S 3	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 3 Aufgepasst! – Nicht immer genügt ein Beispiel

Beispiele helfen beim Begründen. Aber nicht immer reichen sie aus.

Aufgabe 1

Yasmin hat im letzten Schuljahr auf eine Mädchenschule gewechselt und hat seitdem bessere Noten. Deshalb vermutet sie:

Unterricht, in dem Jungen und Mädchen getrennt lernen, führt zu besseren Schulleistungen.




Diskutiere Yasmins Vermutung mit deinem Nachbarn. Stimmt du ihr zu?

Aufgabe 2

Welche Vermutungen sind richtig? Welche sind falsch?

Welche Begründungen überzeugen dich? Welche nicht? Achte auf die Formulierungen.

Vermutung	Richtig? Falsch?	Begründung/Beweis
a) Die Summe von zwei ungeraden Zahlen ist immer durch 2 teilbar.		$133 + 109 = 242$ $242 : 2 = 121$
b) Ein Trapez hat genau eine Symmetrieachse.		
c) Beim Kürzen von Brüchen streicht man im Zähler und Nenner gleiche Ziffern weg.		$\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ (0 wegstreichen) $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ (6 wegstreichen) $\frac{49}{98} = \frac{4}{8}$ (9 wegstreichen)
d) Wenn man in den Term $(a - b)^2 - (a + b)^2$ konkrete Zahlen einsetzt, kommt immer eine Quadratzahl heraus.		$(1 - 0)^2 - (1 + 0)^2 = 1 - 1 = 0 = 0^2$ → Null ist die Quadratzahl von Null.
e) Egal, welche Zahlen man für a und b einsetzt, der Term $(a - b)^2$ hat immer ein positives Ergebnis.		$a = -10; b = 65$ $(-10 - 65)^2 = 5625$

I/F

Aufgabe 3 – mein Memoblatt

Je nach Formulierung sollen Aussagen allgemein – also immer – gelten oder nur für einen Einzelfall. In der Mathematik ist man besonders an allgemeingültigen Aussagen interessiert.



Erkläre, warum man allgemeingültige Aussagen nicht mit einem Beispiel begründen kann und warum man sie durch ein Gegenbeispiel widerlegen kann. Übertrage deine Erkenntnisse auf dein Memoblatt 1.

M 7 Gar nicht so schwierig! – Die 1. binomische Formel grafisch begründen

Jetzt kannst du bestimmt das Multiplizieren von Strecken geometrisch auf die binomischen Formeln anwenden. Los geht's!

Aufgabe 1

- a) Beschrifte die Zeichnung so, dass sie zur 1. binomischen Formel passt.
b) Welche Teilflächen entstehen?



Aufgabe 2

Nicht nur $(a + b)^2$ kann man geometrisch darstellen. Zeichne für die folgenden Terme jeweils das Quadrat aus Aufgabe 1 ins Heft und beschrifte es mit den Seitenlängen und Teilflächen. Lies aus der jeweiligen Zeichnung das Ergebnis ab.

- a) $(2r + 5t)^2$ b) $(xy + 4z)^2$ c) $\left(\frac{1}{2}c + d\right)^2$
d) $4a^2 + 8ab + 4b^2$ e) $81z^2 + 72zw + 16w^2$ f) $xy + 0,0625x^2 + y^2$

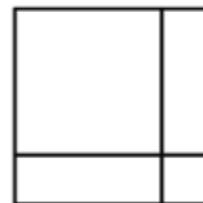


M 7 Gar nicht so schwierig! – Die 1. binomische Formel grafisch begründen

Jetzt kannst du bestimmt das Multiplizieren von Strecken geometrisch auf die binomischen Formeln anwenden. Los geht's!

Aufgabe 1

- a) Beschrifte die Zeichnung so, dass sie zur 1. binomischen Formel passt.
b) Welche Teilflächen entstehen?



Aufgabe 2

Nicht nur $(a + b)^2$ kann man geometrisch darstellen. Zeichne für die folgenden Terme jeweils das Quadrat aus Aufgabe 1 ins Heft und beschrifte es mit den Seitenlängen und Teilflächen. Lies aus der jeweiligen Zeichnung das Ergebnis ab.

- a) $(2r + 5t)^2$ b) $(xy + 4z)^2$ c) $\left(\frac{1}{2}c + d\right)^2$
d) $4a^2 + 8ab + 4b^2$ e) $81z^2 + 72zw + 16w^2$ f) $xy + 0,0625x^2 + y^2$