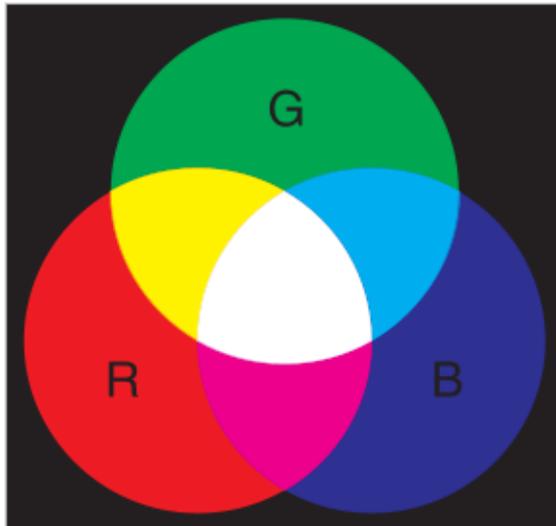


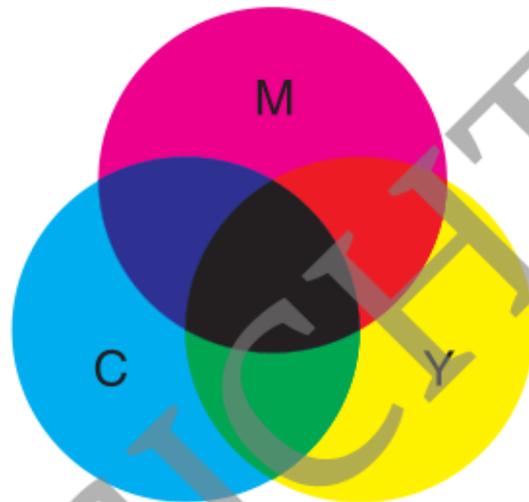
## Farben und analytische Geometrie

Uwe Schürmann, Münster

RGB-Farbmodell



CMY-Farbmodell



II/B

**Klasse:** 11/12

**Dauer:** ca. 13 Stunden für das Gesamtmaterial, Materialien auch einzeln einsetzbar

**Inhalt:** Farbmodelle (RGB und CMY, RGBA und CMYK, YUV)  
 Farbvektoren und ihre Eigenschaften  
 geometrische Interpretation von Farben  
 Lösen linearer Gleichungssysteme  
 Bestimmen des Extremwerts einer Parabel (**M 4**)

**Analytische Geometrie:** Addition und Multiplikation mit einem Skalar; Skalarprodukt; Betrag; lineare Unabhängigkeit; Basis und Erzeugendensystem; Basistransformationsmatrizen und Abbildungsmatrizen; zwischen zwei Vektoren eingeschlossener Winkel

**Ihr Plus:**

- ✓ Motivation mathematischer Begriffe durch realistische Kontexte
- ✓ offene Aufgaben für kooperatives Lernen
- ✓ fachübergreifender Unterricht (Kunst, Informatik)
- ✓ Computereinsatz wünschenswert, jedoch nicht Voraussetzung:  
 In **M 1** experimentieren Ihre Schüler, in **M 2/M 3** prüfen sie ihre Ergebnisse nach.

Der Kontext **Farben** eignet sich dazu, zentrale Begriffe der analytischen Geometrie (u. a. Vektor, lineare Abhängigkeit, Betrag eines Vektors und – unter gewissen Einschränkungen – auch Basis und Erzeugendensystem) zu motivieren und anschaulich fassbar zu machen. Verbindungen bestehen zu den Fächern Informatik und Kunst. So können Ihre Schüler im Informatikunterricht Anwendungen programmieren, in denen Farbmodelle eine Rolle spielen. Im Fach Kunst spielen Farbmodelle eine ähnlich wichtige Rolle.

## Auf einen Blick

### Einführung von Farben als Vektoren

Material	Thema	Stunde
M 1 (2 Seiten)	<b>Vektoren addieren und die Multiplikation mit einem Skalar</b> Als Einführung in Vektoraddition und skalare Multiplikation geeignet, Medieneinsatz empfohlen, Aufgabe 1 ist im Ergebnis offen. Erfassen einer HTML-Datei	1.
M 2 (Fo)	<b>Farben-Quiz</b> RGB-Farbmodell besser verstehen, Vektoren und Farben visuell verbinden	

### Lineare Unabhängigkeit interpretiert als Mischen von Farben

Material	Thema	Stunde
M 3	<b>Farben mischen – lineare Unabhängigkeit von Vektoren</b> Farben im Malkasten und im RGB-Farbmodell als einem Modell für lineare Unabhängigkeit mischen, geeignet als Einführung der linearen Unabhängigkeit, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich, geeignet für kooperatives und geleitetentdeckendes Lernen Alle Farben, deren Vektoren auf der Ebene liegen, die durch die beiden zu mischenden Farbvektoren aufgespannt wird, können gemischt werden.	2.

### Eigenschaften von Farben

Material	Thema	Stunde
M 4	<b>Helligkeit und Farbigkeit – Länge, Betrag, Skalarprodukt</b> Aufgabe 1 a) im Lösungsweg und im Ergebnis offen, Aufgabe 2 c) im Lösungsweg offen und besonders geeignet, verschiedene Themengebiete zu verknüpfen (Vektorrechnung, Satz von Pythagoras, Sinus und Kosinus), geeignet für kooperatives Lernen, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich	3.–6.
M 5	<b>Farben vergleichen – Abstand, Länge, Winkel</b> Interpretation von Punkten auf einer Geraden als Farben mit demselben Farbton, Motivation der Einführung von Winkeln, Motivation der Einführung von Abstand zweier Punkte, auch als Wiederholung bisheriger Verfahren geeignet, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich	
M 6	<b>Schwarz-Weiß-Bilder – Länge und Skalarprodukt</b> Aufgabe 1 im Lösungsweg offen, geeignet für kooperatives Lernen, Medieneinsatz: Praxistest der Berechnungen möglich durch Ausdrucken in Schwarz-Weiß	

## M 1 Fortsetzung (Aufgaben)

### Aufgabe 1: Farben erstellen

b) Ändern Sie die Hintergrundfarbe in der HTML-Datei.

Erstellen Sie durch Ausprobieren folgende Farben:

I) ein schönes Rosa

II) ein kühles Blau

III) ein dunkler Grauton

IV) ein schokoladiges Braun

#### Tipp



© Thinkstock / iStock

Alternativ können Sie auch die App **RGB Color Mixer** für Android-Geräte oder **Color Mix Flash** für Apple-Geräte

herunterladen. Beide sind **kostenlos** und ermöglichen es, auf einfache Weise Farben im RGB-Modell zu erstellen.

### Aufgabe 2: Farben mischen

Mischen Sie die folgenden Farben in den jeweiligen Anteilen:

a) 2 Teile der Farbe  $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} 90 \\ 80 \\ 0 \end{pmatrix}$  und 2 Teile der Farbe  $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \\ 255 \end{pmatrix}$ .

b) 1 Teil der Farbe  $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} 255 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix}$

2 Teile der Farbe  $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 255 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  und

3 Teile der Farbe  $\vec{f}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{pmatrix}$ .

c) 2 Teile Weiß und 4 Teile Rot.

d) 4 Teile Gelb und 2 Teile Rot.

#### Tipp

Das Ergebnis können Sie sich wieder mittels der HTML-Datei verdeutlichen oder mit den in Aufgabe 1 genannten Apps für mobile Endgeräte.



## M 5 Farben vergleichen – Abstand, Länge, Winkel

**Anwendungsbeispiel:** In Bildbearbeitungsprogrammen gibt es oft eine Funktion, mit der Sie in einem Bild ähnliche Farben markieren können. Sie geben eine Farbe vor und lassen das Programm alle ähnlichen Farben im Bild markieren, damit Sie all diese auf einmal verändern können. So können Sie z. B. auf einem Strandfoto den gesamten blauen Himmel auf einmal anders färben. Das kann das Programm natürlich nur, wenn es ein **mathematisches Verfahren** gibt, mit dem der Unterschied zwischen Farben gemessen werden kann, um zu entscheiden, welche Farben ähnlich sind.

II/B

### Aufgabe 1: Aspekte einer einzelnen Farbe

a) Benennen Sie verschiedene Aspekte, die eine einzelne Farbe auszeichnen. Nennen Sie zu jedem Aspekt ein mathematisches Verfahren, mit dem man diesen Aspekt anhand eines Farbvektors rechnerisch verdeutlichen kann.

b) Beschreiben Sie die Farbe Gold-Gelb  $\vec{f} = \begin{pmatrix} 225 \\ 161 \\ 15 \end{pmatrix}$  mit den mathematischen Verfahren.

Vermutlich sind Ihnen verschiedene Aspekte einer Farbe eingefallen, die sich mathematisch beschreiben lassen. Anhand dieser Aspekte können Sie Farben auch vergleichen. Allerdings gibt es auch Vergleiche, die sich nicht auf einen einzelnen Aspekt beziehen, sondern eine Beziehung zwischen zwei Farben bzw. Farbvektoren herstellen.

So können Sie z. B. den **Abstand** zwischen zwei Farbtönen (Punkten im RGB-Farbwürfel) berechnen. Oder Sie berechnen, wie sehr sich zwei Farben im Farbton voneinander unterscheiden.

### Aufgabe 2: Abstand zwischen zwei Farbtönen

Entscheiden Sie die Frage, welche zwei der folgenden drei Farben sich am ähnlichsten sind, indem Sie den **Abstand** zwischen den Farbtönen (Punkten) berechnen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 120 \\ 30 \\ 150 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 90 \\ 23 \\ 110 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 110 \\ 150 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 3: Berechnung des Unterschieds zwischen zwei Farbtönen

a) Stellen Sie eine Vermutung dazu an, zwischen welchen Farbvektoren der größte Unterschied bezüglich des Farbtons besteht. Betrachten Sie dazu den **Winkel** zwischen den jeweiligen Vektoren und vergleichen Sie.

b) Rechnen Sie anschließend nach. Korrigieren Sie eventuell Ihre Vermutung.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 120 \\ 30 \\ 150 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 90 \\ 23 \\ 110 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 110 \\ 150 \end{pmatrix}$$

**Tipp** Damit Sie die hier genannten Farben besser vergleichen können, laden Sie sich die App **RGB Color Mixer** für Android-Geräte oder **Color Mix Flash** für Apple-Geräte herunter.



© Thinkstock / iStock